Aufgaben zur 3. Übung zu „Angewandte Mathematik 1“

KOMP 07. Berechnen Sie die unten stehenden Potenzen und schreiben Sie das Ergebnis sowohl in Komponenten- als auch in Polardarstellung an:

a) $(1+2j)^2$ b) $(1-2j)^3$ c) $\left(2e^{j\frac{\pi}{2}}\right)^3$

d) $\left(e^{j\pi}\right)^2$ e) $\left(\frac{1-2j}{1+2j}\right)^4$ f) $\left(cos\left(\frac{\pi}{4}\right)-j\cdot sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)^6$

KOMP 08. Schreiben Sie das Ergebnis der nachfolgenden Potenzen in Komponentendarstellung an:
a) j^2 b) j^{10} c) j^{-5} d) j^{103} e) j^{-1644}

Fragen: Können Sie „auf den ersten Blick“ feststellen, welches Ergebnis j^n liefert, wenn n I) gerade ist, II) ungerade ist, III) bei einer Division durch 4 einen Rest von 3 übrig lässt?

KOMP 09. Bestimmen Sie durch Radizieren alle komplexen Zahlen, die das Ergebnis der nachfolgenden Wurzelausdrücke sind:
a) $\sqrt{1+2j}$ b) $\sqrt[3]{j}$ c) $\sqrt{-1}$
d) $\sqrt[4]{-119+120j}$ e) $\sqrt{4}$ f) $\sqrt[3]{8}$

Fragen: Stellen Sie sich vor, alle Ergebnisse jeweils eines Beispiels wären in Form komplexer Zeiger in der komplexen Ebene dargestellt. I) Welche geometrische Figur bildeten die Spitzen der Zeiger, wenn man sie verbände? II) Welchen Radius hätte ein Kreis, der alle Zeigerspitzen berührt, ohne sie zu schneiden? III) Welchen (komplexen) Wert ergäbe die Addition aller Zeiger? IV) Gilt dies allgemein?

KOMP 10. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^6 = 8j$ für z über der Menge $\mathbb{C}$.

Fragen: I) Ist es möglich, dass eine Gleichung sechsten Grades weniger als 6 eindeutige Lösungen besitzt? II) Wann ist das der Fall bzw. warum ist dem nicht so? III) Treten nicht-reelle Lösungen immer in konjugiert komplexen Paaren auf?

KOMP 11. Bestimmen Sie den Hauptwert des (komplexen) Logarithmus der nachfolgenden Zahlen a) zur Basis e (natürlicher Logarithmus) sowie b) zur Basis 10 und schreiben Sie allgemein alle weiteren Lösungen an:
i) 1+2j ii) j iii) -1

Fragen: Die Exponentialfunktion für eine komplexe Zahl $z = x + jy$ als Argument ist definiert über die auch im Komplexen geltende Regel $e^{x+jy} = e^x \cdot e^{jy}$. I) Ergeben alle obigen Lösungen als Argument der komplexen Exponentialfunktion wieder den jeweiligen Ausgangswert? II) Gibt dies allgemein? III) Wenn auch für komplexe Zahlen a und b gilt, dass $a^b = e^{b\cdot ln(a)}$, welchen Wert hat dann j^j? IV) Ist es – ungeachtet der Sinnhaftigkeit – möglich, den Logarithmus zu einer komplexen Basis berechnen und – falls dem so ist – wie lauten die obigen Beispiele zur Basis j?