

Aufgaben zur 9. Übung zu „Angewandte Mathematik 1“

HMF 05. Eine an einer Seite verankerte Feder wird auf eine Länge von 20cm aufgezogen und anschließend losgelassen, sodass ihr Ausschlag einer gedämpften harmonischen Schwingung entspricht. Durch Messungen wird festgestellt, dass sie zwei Mal pro Sekunde auf- und wieder abschwingt. Skizzieren Sie den Ausschlag der Feder für a) $\delta = 0,5$, b) $\delta = 0,2$, c) $\delta = 0,1$ (den Wert der Dämpfungskonstante) mitsamt der ihn einhüllenden Exponentialfunktionen. Bestimmen Sie für die Schwingung aus c) rechnerisch d) die ersten fünf Maxima und e) deren Werte, jeweils auf drei Nachkommastellen gerundet.

Fragen: I) An welchen Stellen berührt die gedämpfte harmonische Schwingung aus c) ihre sie einhüllenden Exponentialfunktionen? II) Gilt dies allgemein? III) Wie groß ist das logarithmische Dekrement der gedämpften harmonischen Schwingung aus c)?

HMF 06. Der Ausschlag eines Pendels in Abhängigkeit der Zeit wird durch eine gedämpfte harmonische Schwingung der Form $y(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ modelliert. In einem Gedankenexperiment wird ein Pendel P_1 zu einer (nur theoretisch möglichen) dämpfungsfreien Schwingung angeregt. Ein ansonsten identisches, reales Pendel P_2 wird zum selben Zeitpunkt zur gleichen Schwingung, allerdings mit Dämpfung, angeregt. a) Wie groß ist der Dämpfungsfaktor δ von P_2 , wenn nach $t = 100\text{ms}$ der Ausschlag von P_2 90% des Ausschlages von P_1 beträgt? Nach wie vielen Sekunden beträgt der Ausschlag von P_2 nur noch b) 10%, c) 1% des Ausschlages von P_1 ?

HMF 07. Ermitteln Sie alle Lösungen der nachfolgenden goniometrischen Gleichungen auf drei Nachkommastellen genau:

- | | | |
|--------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|
| a) $0,5 \cdot \sin(t) = 0,3 \cdot \sin(t)$ | b) $\sin^2(t) = \cos^2(t)$ | c) $3 \cdot \sin^2(t) = \sin(t) - 2$ |
| d) $\sin(t) = \cos(t)$ | e) $\tan^2(t) + \tan(t) = 0$ | f) $1 - \sin(t) = \cos^2(t)$ |

HMF 08. Ermitteln Sie alle Lösungen der nachfolgenden goniometrischen Gleichungen auf drei Nachkommastellen genau:

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| a) $3 \cdot \sin(x) - 2 \cdot \cos(2x) = 0,5$ | b) $\frac{1}{\tan(2x)} - \tan(2x) = 10$ |
| c) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ | d) $\tan(2 - 3x) = 0,5$ |
| e) $\sin(x) = x$ | f) $2^{\sin(x)} = 3^{\cos(x)}$ |