

## Aufgaben zur 4. Übung zu „Angewandte Mathematik 1“

**FUR 01.** Finden Sie a) die Bildungsgesetze der unten stehenden Folgen, b) deren Grenzwerte, so es sie gibt:

- |                              |  |  |
|------------------------------|--|--|
| i) $1, 2, 3, \dots$          | ii) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ | iii) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ |
| iv) $1, j, -1, -j, 1, \dots$ | v) $1, -1, 1, \dots$                     | vi) $0, 0, \dots$                                      |

*Fragen: I) Sind die obigen Folgen jeweils nach oben oder nach unten beschränkt und – falls ja – mit welchen Werten jeweils? II) Oszillieren, III) divergieren sie?*

**FUR 02.** Bestimmen Sie a) die ersten vier (beginnend bei  $n = 1$ ) Glieder der Folgen mit dem unten angegebenen Bildungsgesetz, b) deren Grenzwerte, so es sie gibt:

- |                          |  |   |
|--------------------------|--|---|
| i) $a_n = \frac{1}{n^2}$ | ii) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n+1}$ | iii) $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ |
|--------------------------|--|---|

*Fragen: Ab welchem  $n$  ist der Unterschied zwischen dem  $n$ -ten Glied der Folge aus lit. i) bzw. ii) und deren Grenzwert vom Betrag her jeweils kleiner als I)  $\frac{1}{100}$ , II)  $\frac{1}{1000}$ ?*

**FUR 03.** Bestimmen Sie die Grenzwerte der unten stehenden Folgen:

- |                             |  |   |
|-----------------------------|--|---|
| a) $a_n = \frac{6n+8}{n+4}$ | b) $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}, n \geq 1$ | c) $a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}}, n > 1$ |
|-----------------------------|--|---|

*Fragen: Ab welchem  $n$  ist der relative Fehler des  $n$ -ten Gliedes der Folge aus a) bzw. c) zum jeweiligen Grenzwert vom Betrag her jeweils kleiner als I) 1%, II) 0,1%?*

**FUR 04.** Bestimmen Sie die ersten zehn (beginnend bei  $n = 1$ ) Glieder der unten stehenden rekursiv definierten Folge für  $a_1 = x$  und a)  $x = 27$ , b)  $x = 64$ :

$$a_{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \left( 2a_n + \frac{x}{a_n^2} \right)$$

*Fragen: I) Welchen Grenzwert hat die Folge für die beiden Werte  $x$  aus a) und b)? II) Welchen Grenzwert hat die Folge allgemein, d.h. für ein beliebiges  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ?*

**FUR 05.** 1.000.000€ werden bei einer Bank a) für 5 Jahre, b) für 10 Jahre angelegt. Welchen jährlichen Zinssatz muss die Bank gewähren, damit sich der Betrag innerhalb dieses Zeitraumes i) verdoppelt, ii) verdreifacht?

*Fragen: Eine andere Bank wirbt in einer Broschüre mit dem in b) lit. i) errechneten jährlichen Zinssatz, verzinst aber tatsächlich I) halbjährlich zum jeweils halben Zinssatz, II) zweijährlich zum jeweils doppelten Zinssatz. Soll das Angebot dieser Bank dem der anderen Bank vorgezogen werden, wenn der Endbetrag maximal sein soll?*