Aufgaben zur 14. Übung zu „Angewandte Mathematik 1"

DET 06. Berechnen Sie die nachfolgenden Determinanten durch möglichst günstiges Anwenden der Regel von Sarrus, elementaren Umformungen sowie des Laplaceschen Entwicklungssatzes:

a) $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -6 & 3 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 0 & -0{,}8 & 0 & 0{,}6j \\ -0{,}8 & 0 & 0{,}6j & 0 \\ 0 & 0{,}6j & 0 & -0{,}8 \\ 0{,}6j & 0 & -0{,}8 & 0 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 8 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 0 & 7 & 0 & 9 \end{vmatrix}$

Fragen: Für welche Matrizen ist allgemein die Berechnung der Determinante I) durch elementare Umformungen, II) mittels des Laplaceschen Entwicklungssatzes einfacher?

DET 07. Zeigen Sie, dass die nachfolgende Determinante für alle Werte von $a, b, c \in \mathbb{C}$ 0 ist:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$$

DET 08. Zeigen Sie, dass die Determinante einer a) oberen, b) unteren Dreiecksmatrix mit fünf Zeilen und fünf Spalten allgemein dem Produkt ihrer Hauptdiagonalelemente entspricht.

Fragen: I) Lässt sich dieses Argument auf beliebig große Matrizen erweitern? II) Gilt selbiges analog für beliebig kleine Matrizen?

DET 09. Zeigen Sie, dass für alle $m, n \in \mathbb{C}$ gilt:

$$\begin{vmatrix} m+n & m & m & m & m \\ m & m+n & m & m & m \\ m & m & m+n & m & m \\ m & m & m & m+n & m \\ m & m & m & m & m+n \end{vmatrix} = n^4 \cdot (5m+n)$$

DET 10. Für welche Werte $n \in \mathbb{C}$ ist die nachfolgende Determinante 0?

$$\begin{vmatrix} -n & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -n & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -n & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -n & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -n \end{vmatrix}$$