

Aufgaben zur 11. Übung zu „Angewandte Mathematik 1“

VKT 01. Berechnen Sie jeweils a) die Länge, b) den Einheitsvektor, c) alle Normalvektoren aller nachfolgenden Vektoren:

$$\text{i) } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{ii) } \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{iii) } \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{iv) } \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{v) } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{vi) } \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{vii) } \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

VKT 02. Ermitteln Sie die von jedem möglichen Vektorpaar aus VKT 01. eingeschlossenen Winkel.

VKT 03. a) Ermitteln Sie einen Vektor \vec{v}_1 , der auf die Vektoren aus VKT 01. lit. vi) und lit. vii) normal steht. b) Ermitteln Sie einen zweiten Vektor \vec{v}_2 mit derselben Eigenschaft, der nicht in die gleiche Richtung wie \vec{v}_1 zeigt. c) Sind \vec{v}_1 und \vec{v}_2 parallel?

Fragen: I) Wie groß ist die Fläche des von den beiden Vektoren aus VKT 01. lit. vi) und lit. vii) eingeschlossenen Parallelogramms? II) Welches Volumen hat das Parallelepiped, das von den zuletzt genannten Vektoren und \vec{v}_1 aufgespannt wird?

VKT 04. Eine Gerade g_1 geht durch die beiden Punkte $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Eine zweite Gerade g_2 geht durch den Ursprung und schließt mit g_1 einen Winkel von 45° ein. a) Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Geraden. b) Welchen Winkel schließt g_2 mit der y-Achse ein?

Fragen: I) Wie viele mögliche Lösungen gibt es für g_2 ? II) Falls es mehr als eine Lösung gibt: Wie lauten alle weiteren?

VKT 05. a) In welchem Punkt P schneiden sich die beiden Geraden $g_1: \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $g_2: \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$? b) Wie weit ist P von der Ebene $h: 2x + 3y + 4z = -4$ entfernt? c) In welchem Punkt Q schneidet h die z-Achse? d) Wie groß ist der Abstand zwischen P und Q?

VKT 06. Zwei Photonen fliegen zum Zeitpunkt $t = 0$ auf geradlinigen Bahnen von ihren jeweiligen Startpunkten S_1 und S_2 zu ihren Zielpunkten Z_1 bzw. Z_2 . Die Koordinaten aller Punkte werden in Millionen Kilometern relativ zum Erdmittelpunkt E angegeben und sind durch $\overrightarrow{ES_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3,5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{ES_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{EZ_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2,5 \end{pmatrix}, \overrightarrow{EZ_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ gegeben. a) In welchen Punkten (relativ zu E gemessen) ist der Abstand zwischen den beiden Photonenbahnen am geringsten und b) wie groß ist dieser? c) Zu welchen Zeitpunkten passieren die beiden Photonen die jeweiligen Punkte?

Fragen: I) Zu welchem Zeitpunkt sind sich die beiden Photonen am nächsten? II) Wie groß ist ihr Abstand zu diesem Zeitpunkt?