

Aufgaben zur 8. Übung zu „Angewandte Mathematik 2“

IR 00A. Zeigen Sie mit Hilfe des Hauptsatzes der Integralrechnung, dass für $\omega, \varphi, \delta \in \mathbb{R}, \omega \neq 0$ gilt:

$$\int e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot dt = -\frac{e^{-\delta t}}{\delta^2 + \omega^2} \cdot (\delta \cdot \sin(\omega t + \varphi) + \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)) + C, C \in \mathbb{R}$$

Fragen: I) Kann es weitere Stammfunktionen zum Integranden auf der linken Seite geben? Falls ja – II) wie viele gibt es und III) aus welchen Funktionen sind diese zusammengesetzt?

IR 00B. Bestimmen Sie die Gesamtfläche, die die nachfolgenden Funktionen jeweils im Intervall $[-3;3]$ mit der x-Achse einschließen:

a) $f(x) = x^3 + 4x$ b) $f(x) = 2 \cdot \sin(x)$ c) $f(x) = e^x + x^2$

Fragen: Wie lautet die Stammfunktion aus b), die I) durch den Ursprung, II) durch $\left(\frac{\pi}{-1}\right)$ geht?

IR 01. Bestimmen Sie die Stammfunktionen der folgenden Funktionen mittels Integration durch Substitution (*Hinweis zu f): $\forall t \in \mathbb{R}: \cosh^2(t) + \sinh^2(t) = \cosh(2t) \wedge \cosh^2(t) - \sinh^2(t) = 1$*):

a) $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}$ b) $f(x) = \sin(\pi x + \varphi), \varphi \in \mathbb{R}$ c) $f(x) = \frac{1}{x^2+2}$
d) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ e) $f(x) = \frac{2 \cdot \cos(x)}{\sqrt{\sin^3(x)}}$ f) $f(x) = \cosh^2(x)$

IR 02. Bestimmen Sie die Stammfunktionen der folgenden Funktionen mittels partieller Integration:

a) $f(x) = x \cdot e^x$ b) $f(x) = x^3 \cdot \cos(x)$ c) $f(x) = (x-2)^2 \cdot e^{-x}$
d) $f(x) = \sin(\pi x) \cdot e^{-x}$ e) $f(x) = \ln(x) = 1 \cdot \ln(x)$ f) $f(x) = \cosh^2(x)$

IR 03. Bestimmen Sie den Wert der folgenden Integrale:

a) $\int_0^1 \frac{t^3+t}{t^2+1} \cdot dt$ b) $\int_0^5 t^2 \cdot \cos(2t+1) \cdot dt$
c) $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t^2+2}$ d) $\int_0^{2\pi} \cos(mt) \cdot \cos(nt) \cdot dt, m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

IR 04. a) Ermitteln Sie mittels partieller Integration eine (zweistufige) rekursive Formel zur Berechnung des Integrals $I_n(x) = \int \cos^n(x) \cdot dx = \int \cos^{n-1}(x) \cdot \cos(x) \cdot dx, n \in \mathbb{N}, n > 1$. Berechnen Sie hierzu zuerst $I_0(x)$ und $I_1(x)$. b) Wie lautet die Stammfunktion von $\cos^4(x)$?