

Kameramodelle am Beispiel der Lochkamera

Medieninformatik IL

Andreas Unterweger

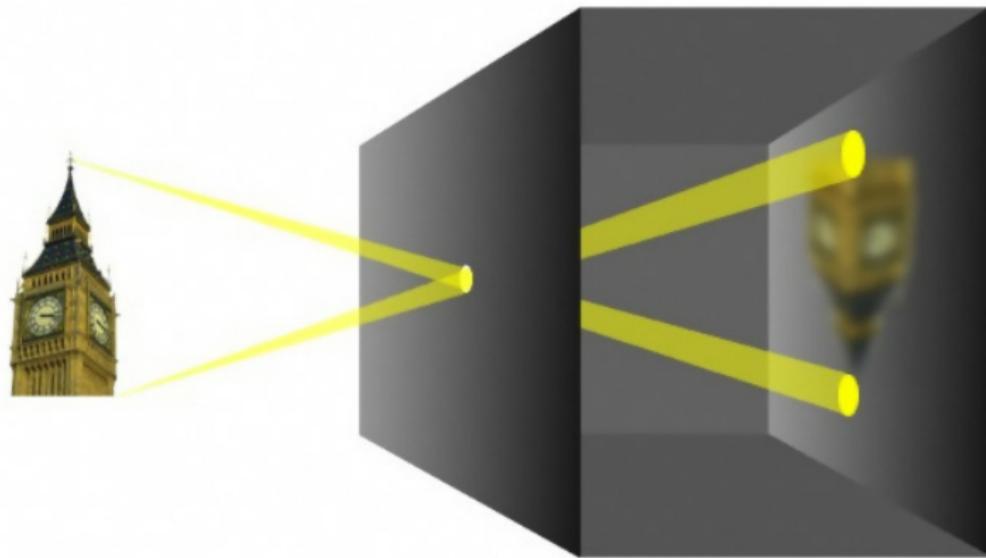
Vertiefung Medieninformatik
Studiengang ITS
FH Salzburg

Wintersemester 2021/22

Kameras

- Aufgabe: Erstellung einer zweidimensionalen Abbildung einer dreidimensionalen Szene/Welt
- Voraussetzung: Licht (typischerweise im sichtbaren Bereich)
- Typen von Kameras (Auswahl)
 - **Lochkamera** (engl. *pinhole camera*)
 - **Camera obscura**
 - Filmkamera (chemische Reaktion auf Fotofilm)
 - Digitalkamera (fotoelektrische Wandlung in digitales Signal)
 - ...
- Aufbau
 - Je nach Typ unterschiedlich
 - Zumeist angelehnt an das menschliche Auge
 - Gemeinsamkeit: Licht fällt durch Öffnung auf Bildebene

Aufbau einer Lochkamera



Quelle: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lochkamera_prinzip.jpg

Bildbeispiele

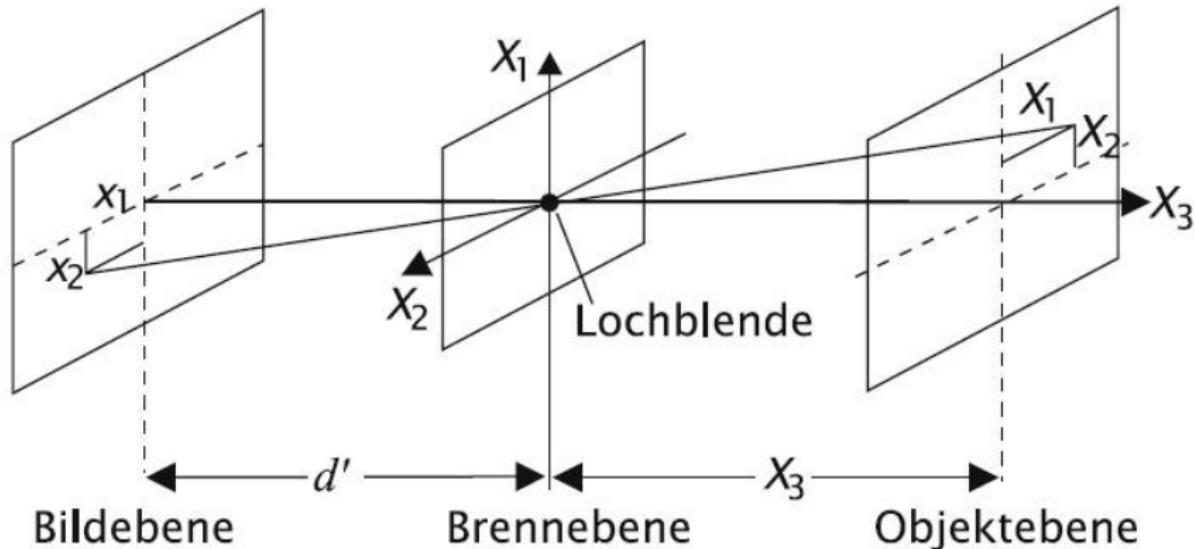


Quellen: Mohr, P. und Mohr, J.: Die Lochkamera Lk10.

<http://www.technik-schulprojekte.de/dateien/DieLochkameraLk10.pdf> (14.6.2014), 2014; Celluloyd, F.: Bauanleitung für eine Lochkamera <http://www.paradiesfotobuch.de/blog/2011/11/21/bauanleitung-fur-eine-lochkamera-2/> (14.6.2014), 2011.

Grundbegriffe

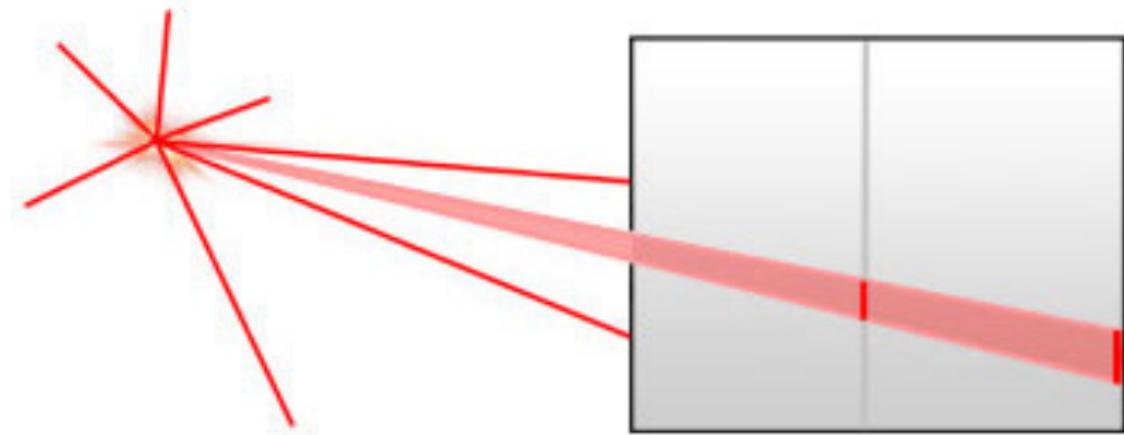
- d' : Brennweite (oft auch als f bezeichnet), x_3 : Gegenstandsweite
- X_3 : Optische Achse (entspringt Bildebene im Projektionszentrum)



Quelle: http://wiki.zimt.uni-siegen.de/fertigungsaufbereitung/index.php?Datei:S758857_Abb_04_Bilderzeugung_mit_der_Lochkamera.jpg

Zerstreuungskreise I

- Entstehen durch gestreuten Lichteinfall von jeder Punktquelle
- Durchmesser D_{Kreis} abhängig von (vereinfacht)
 - Lochdurchmesser D_{Loch}
 - Brennweite d'
 - Gegenstandsweite x_3



Adaptiert von: Funk, G.: Auge und Farbwahrnehmung.

<http://www.dma.ugf.ac.at/app/link/Grundlagen%3Allgemeine/module/16457> (8.6.2014), 2006.

Zerstreuungskreise II

- Berechnung des Zerstreuungskreisdurchmessers (ohne Beweis):

$$D_{Kreis} = D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3}$$

- Vereinfachung für unendlich weit entfernte Objekte:

$$D_{Kreis} = \lim_{x_3 \rightarrow \infty} D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = D_{Loch} \cdot \frac{\infty + d'}{\infty} \stackrel{B.}{=} D_{Loch} \cdot \lim_{x_3 \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = D_{Loch}$$

- Vereinfachung für unendlich kleine Brennweiten:

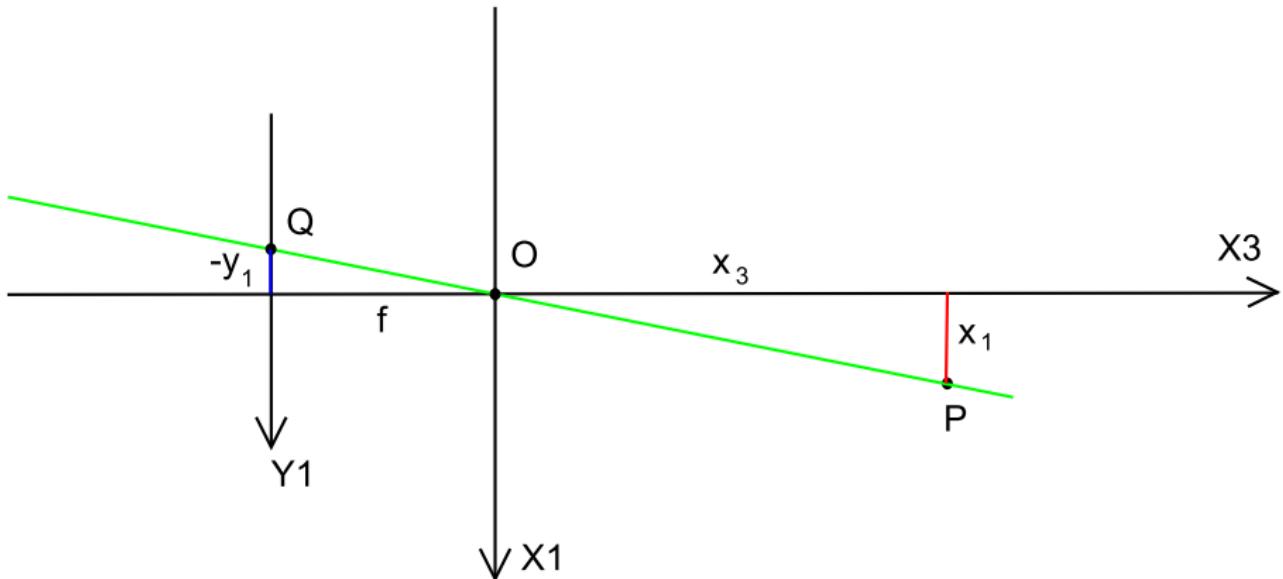
$$D_{Kreis} = \lim_{d' \rightarrow 0} D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + 0}{x_3} = D_{Loch}$$

- Vereinfachung für unendlich kleine Lochdurchmesser:

$$D_{Kreis} = \lim_{D_{Loch} \rightarrow 0} D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = 0 \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = 0$$

Projektion I

- P : Punkt am Gegenstand
- Q : Bildpunkt zu P (projiziert)



Quelle: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Pinhole2.svg>

Projektion II

- Dreiecke sind ähnlich → Strahlensatz:

$$\frac{x_1}{x_3} = \frac{-y_1}{f} \rightarrow y_1 = -f \cdot \frac{x_1}{x_3}$$

- Analog für Projektion von x_2 auf y_2 :

$$y_2 = -f \cdot \frac{x_2}{x_3}$$

- Für unterschiedliche horizontale und vertikale Brennweiten f_x bzw. f_y :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} f_x \cdot x_1 \\ f_y \cdot x_2 \end{pmatrix}$$

- Lochkamera erzeugt umgedrehtes Spiegelbild → Rotation um $\varphi = \pi$:

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} f_x \cdot x_1 \\ f_y \cdot x_2 \end{pmatrix}$$

Projektion III

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} f_x \cdot x_1 \\ f_y \cdot x_2 \end{pmatrix}$$
$$= \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{f_x}{x_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_y}{x_3} & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Projektionsmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

- Koordinate in Richtung der optischen Achse verschwindet durch Projektion → Modellierung durch homogene Koordinaten:

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{x_3} \begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Projektion IV

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{x_3} \begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

- Problem: Mehrere Objektpunkte werden auf den gleichen Bildpunkt abgebildet \rightarrow Konstanten Faktor $s \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ einführen:

$$\begin{pmatrix} y''_1 \\ y''_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{s} \begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$s \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} y''_1 \\ y''_2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{Kameramatrix}} = \underbrace{\begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Kameramatrix}} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

- Intrinsische Kameraparameter (kameraabhängig)
 - Projektion
 - Inkludierte Translation (optional)
 - Nichtlineare Verzerrungen (nachfolgend unberücksichtigt)
- Extrinsische Kameraparameter (kamerapositionsabhängig)
 - Rotation
 - Translation
- Intrinsische und extrinsische Parameter beschreiben zusammen die Transformation von Objekt- zu Bildpunkten:

$$s \cdot \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = M_I \cdot M_E \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Kameraparameter II

Orientierungsmatrizen nach ¹

$$M_I = \left(\begin{array}{c|c} P & \\ \hline \vec{0} & 1 \end{array} \right) + T_I = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- c_x, c_y : Schnittpunkt der optischen Achse mit dem Projektionszentrum der Bildebene

$$M_E = (\ R \ | \ T_E \) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{pmatrix}$$

¹opencv dev team: Camera Calibration and 3D Reconstruction.

http://docs.opencv.org/modules/calib3d/doc/camera_calibration_and_3d_reconstruction.html (14.6.2014), 2014.

Kameraparameter III

- Gesamttransformation mittels Orientierungsmatrizen:

$$s \cdot \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = M_I \cdot M_E \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

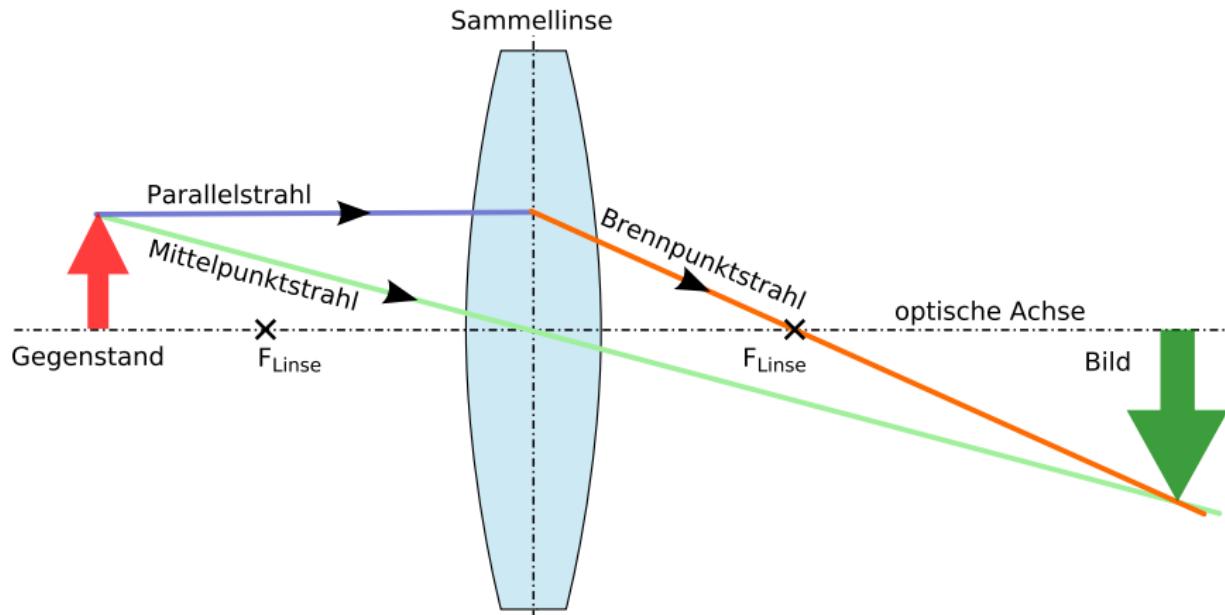
$$s \cdot \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Übliche Einheiten:

- Pixel ($y_1'', y_2'', f_x, f_y, c_x, c_y$)
- Meter ($x_1, x_2, x_3, t_1, t_2, t_3$)

Camera obscura

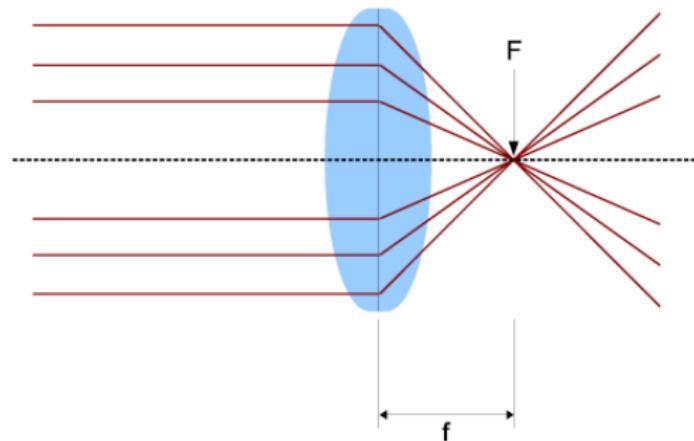
- Weiterentwicklung der Lochkamera mit Sammellinse in Blende



Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Sammellinse#mediaviewer/Datei:Bildentstehung_Sammellinse.svg

Camera obscura vs. Lochkamera

- Vorteile durch Lichtbündelung
 - Kürzere Belichtungszeit notwendig
 - Schärfere Abbildungen möglich
- Nachteile
 - Zusätzliche Abbildungsfehler durch Linse
 - Projektion nur im Brennpunkt scharf (außerhalb Zerstreuungskreise)



Quelle: Volgger, M.: Linsenformen – Sammellinsen.

http://www.univie.ac.at/mikroskopie/1_grundlagen/optik/opt_linsen/2a_sammellinsen.htm (14.6.2014), 2014.

Camera obscura vs. Lochkamera: Tiefenschärfe



Adaptiert von: Schoppa, C.: Müsli. <http://kwerfeldein.de/2011/11/11/musli/> (14.6.2014), 2011.

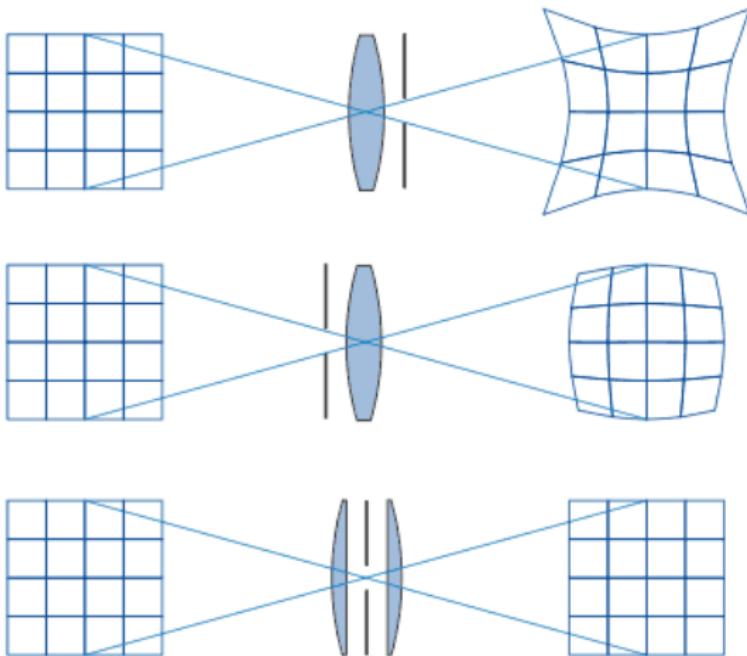
Camera obscura vs. Lochkamera: Abbildungsfehler I

- Häufige Abbildungsfehler (Auswahl)
 - **Verzeichnungen**
 - Vignettierung (Abdunklung an den Bildrändern)
 - Chromatische Aberration



Quelle: Schrandt, M. und Wagner, P.: Ursachen und Korrektur von Kameraverzerrungen.
<http://www.scandig.eu/Kameraverzerrung.html> (14.6.2014), 2014.

Camera obscura vs. Lochkamera: Abbildungsfehler II



Quelle: http://olypedia.de/Bild:Verzeichnung_Blende_Wikimedia.png

Danke für die Aufmerksamkeit!

Fragen?