

# Kameramodelle am Beispiel der Lochkamera

## Medieninformatik IL

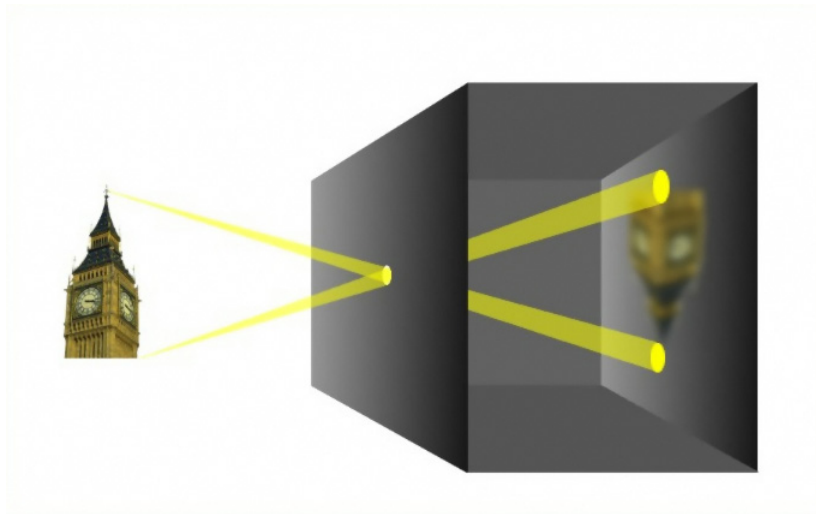
Andreas Unterweger

Vertiefung Medieninformatik und Bildverarbeitung  
Studiengang ITS  
FH Salzburg

Wintersemester 2022/23

- Aufgabe: Erstellung einer zweidimensionalen Abbildung einer dreidimensionalen Szene/Welt
- Voraussetzung: Licht (typischerweise im sichtbaren Bereich)
- Typen von Kameras (Auswahl)
  - **Lochkamera** (engl. *pinhole camera*)
  - **Camera obscura**
  - Filmkamera (chemische Reaktion auf Fotofilm)
  - Digitalkamera (fotoelektrische Wandlung in digitales Signal)
  - ...
- Aufbau
  - Je nach Typ unterschiedlich
  - Zumeist angelehnt an das menschliche Auge
  - Gemeinsamkeit: Licht fällt durch Öffnung auf Bildebene

# Aufbau einer Lochkamera



Quelle: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lochkamera\\_prinzip.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lochkamera_prinzip.jpg)

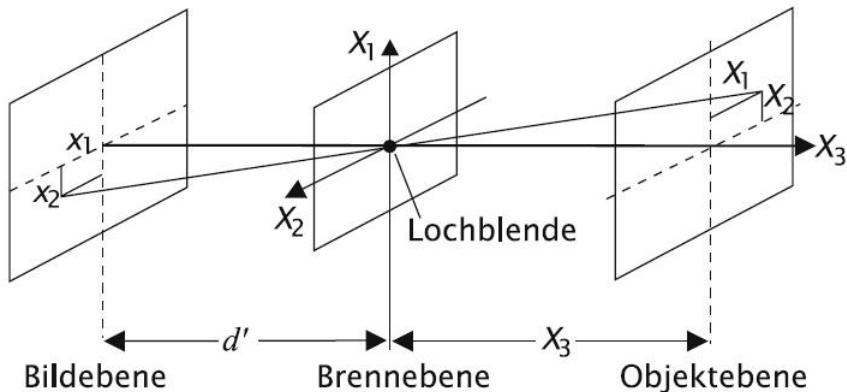


Quellen: Mohr, P. und Mohr, J.: Die Lochkamera Lk10.

<http://www.technik-schulprojekte.de/dateien/DieLochkameraLk10.pdf> (14.6.2014), 2014; Celluloyd, F.: Bauanleitung für eine Lochkamera <http://www.paradiesfotobuch.de/blog/2011/11/21/bauanleitung-fur-eine-lochkamera-2/> (14.6.2014), 2011.

# Grundbegriffe

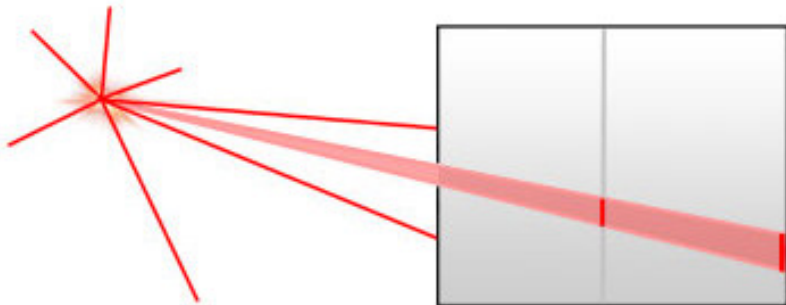
- $d'$ : Brennweite (oft auch als  $f$  bezeichnet),  $x_3$ : Gegenstandsweite
- $X_3$ : Optische Achse (entspricht Bildebene im Projektionszentrum)



Quelle: [http://wiki.zimt.uni-siegen.de/fertigungsautomatisierung/index.php/Datei:S758857\\_Abb\\_04\\_Bilderzeugung\\_mit\\_der\\_Lochkamera.jpg](http://wiki.zimt.uni-siegen.de/fertigungsautomatisierung/index.php/Datei:S758857_Abb_04_Bilderzeugung_mit_der_Lochkamera.jpg)

# Zerstreuungskreise I

- Entstehen durch gestreuten Lichteinfall von jeder Punktquelle
- Durchmesser  $D_{Kreis}$  abhängig von (vereinfacht)
  - Lochdurchmesser  $D_{Loch}$
  - Brennweite  $d'$
  - Gegenstandsweite  $x_3$



Adaptiert von: Funk, G.: Auge und Farbwahrnehmung.

<http://www.dma.ufg.ac.at/app/link/Grundlagen%3AAAllgemeine/module/16457> (8.6.2014), 2006.

- Berechnung des Zerstreuungskreisdurchmessers (ohne Beweis):

$$D_{Kreis} = D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3}$$

- Vereinfachung für unendlich weit entfernte Objekte:

$$D_{Kreis} = \lim_{x_3 \rightarrow \infty} D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = D_{Loch} \cdot \frac{\infty}{\infty} \stackrel{B.}{=} D_{Loch} \cdot \lim_{x_3 \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = D_{Loch}$$

- Vereinfachung für unendlich kleine Brennweiten:

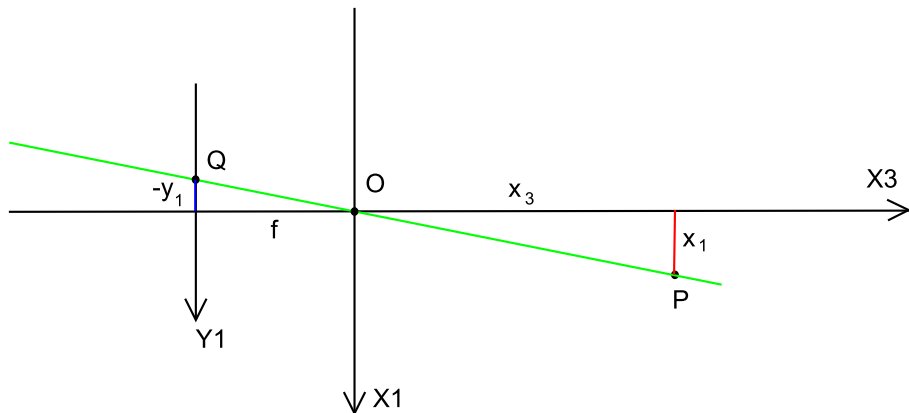
$$D_{Kreis} = \lim_{d' \rightarrow 0} D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + 0}{x_3} = D_{Loch}$$

- Vereinfachung für unendlich kleine Lochdurchmesser:

$$D_{Kreis} = \lim_{D_{Loch} \rightarrow 0} D_{Loch} \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = 0 \cdot \frac{x_3 + d'}{x_3} = 0$$

# Projektion I

- $P$ : Punkt am Gegenstand
- $Q$ : Bildpunkt zu  $P$  (projiziert)



Quelle: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Pinhole2.svg>



- Dreiecke sind ähnlich  $\rightarrow$  Strahlensatz:

$$\frac{x_1}{x_3} = \frac{-y_1}{f} \rightarrow y_1 = -f \cdot \frac{x_1}{x_3}$$

- Analog für Projektion von  $x_2$  auf  $y_2$ :

$$y_2 = -f \cdot \frac{x_2}{x_3}$$

- Für unterschiedliche horizontale und vertikale Brennweiten  $f_x$  bzw.  $f_y$ :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} f_x \cdot x_1 \\ f_y \cdot x_2 \end{pmatrix}$$

- Lochkamera erzeugt umgedrehtes Spiegelbild  $\rightarrow$  Rotation um  $\varphi = \pi$ :

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} f_x \cdot x_1 \\ f_y \cdot x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \end{pmatrix} &= \frac{1}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} f_x \cdot x_1 \\ f_y \cdot x_2 \end{pmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{f_x}{x_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_y}{x_3} & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Projektionsmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- Koordinate in Richtung der optischen Achse verschwindet durch Projektion  $\rightarrow$  Modellierung durch homogene Koordinaten:

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{x_3} \begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{x_3} \begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

- Problem: Mehrere Objektpunkte werden auf den gleichen Bildpunkt abgebildet  $\rightarrow$  Konstanten Faktor  $s \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  einführen:

$$\begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{s} \begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$
$$s \cdot \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Kameramatrix}} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

- Intrinsische Kameraparameter (kameraabhängig)
  - Projektion
  - Inkludierte Translation (optional)
  - Nichtlineare Verzerrungen (nachfolgend unberücksichtigt)
- Extrinsische Kameraparameter (kamerapositionsabhängig)
  - Rotation
  - Translation
- Intrinsische und extrinsische Parameter beschreiben zusammen die Transformation von Objekt- zu Bildpunkten:

$$s \cdot \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = M_I \cdot M_E \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Orientierungsmatrizen nach <sup>1</sup>

$$M_I = \left( \begin{array}{c|c} P & \\ \hline \vec{0} & 1 \end{array} \right) + T_I = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $c_x, c_y$ : Schnittpunkt der optischen Achse mit dem Projektionszentrum der Bildebene

$$M_E = \left( R \mid T_E \right) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{pmatrix}$$

---

<sup>1</sup>opencv dev team: Camera Calibration and 3D Reconstruction.

[http://docs.opencv.org/modules/calib3d/doc/camera\\_calibration\\_and\\_3d\\_reconstruction.html](http://docs.opencv.org/modules/calib3d/doc/camera_calibration_and_3d_reconstruction.html) (14.6.2014), 2014.

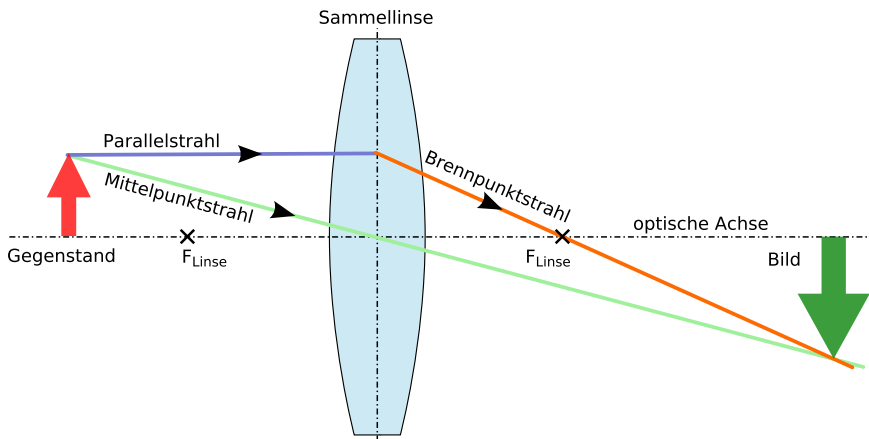
- Gesamttransformation mittels Orientierungsmatrizen:

$$s \cdot \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = M_I \cdot M_E \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$s \cdot \begin{pmatrix} y_1'' \\ y_2'' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Übliche Einheiten:
  - Pixel ( $y_1''$ ,  $y_2''$ ,  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $c_x$ ,  $c_y$ )
  - Meter ( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ )

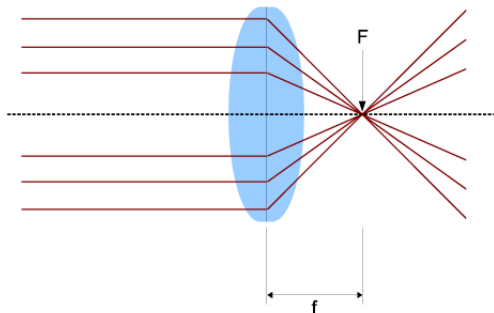
- Weiterentwicklung der Lochkamera mit Sammellinse in Blende



Quelle: [http://de.wikipedia.org/wiki/Sammellinse#mediaviewer/Datei:Bildentstehung\\_Sammellinse.svg](http://de.wikipedia.org/wiki/Sammellinse#mediaviewer/Datei:Bildentstehung_Sammellinse.svg)

# Camera obscura vs. Lochkamera

- Vorteile durch Lichtbündelung
  - Kürzere Belichtungszeit notwendig
  - Schärfere Abbildungen möglich
- Nachteile
  - Zusätzliche Abbildungsfehler durch Linse
  - Projektion nur im Brennpunkt scharf (außerhalb Zerstreungskreise)



Quelle: Volgger, M.: Linsenformen – Sammellinsen.

[http://www.univie.ac.at/mikroskopie/1\\_grundlagen/optik/opt\\_linsen/2a\\_sammellinsen.htm](http://www.univie.ac.at/mikroskopie/1_grundlagen/optik/opt_linsen/2a_sammellinsen.htm) (14.6.2014), 2014.



# Camera obscura vs. Lochkamera: Tiefenschärfe



Adaptiert von: Schoppa, C.: Müsli. <http://kwerfeldein.de/2011/11/11/musli/> (14.6.2014), 2011.

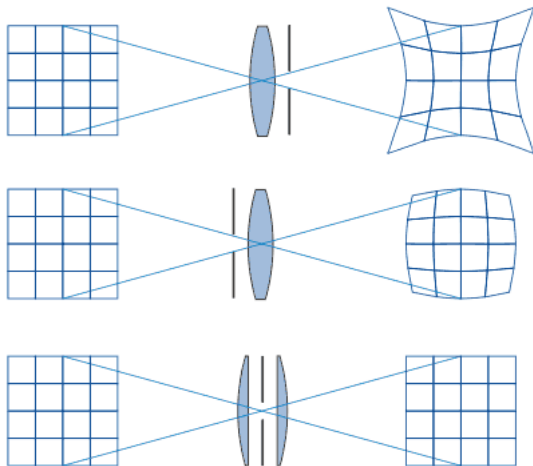
# Camera obscura vs. Lochkamera: Abbildungsfehler I

- Häufige Abbildungsfehler (Auswahl)
  - **Verzeichnungen**
  - Vignettierung (Abdunklung an den Bildrändern)
  - Chromatische Aberration



Quelle: Schrandt, M. und Wagner, P.: Ursachen und Korrektur von Kameraverzerrungen.  
<http://www.scandig.eu/Kameraverzerrung.html> (14.6.2014), 2014.

# Camera obscura vs. Lochkamera: Abbildungsfehler II



Quelle: [http://olypedia.de/Bild:Verzeichnung\\_Blende\\_Wikimedia.png](http://olypedia.de/Bild:Verzeichnung_Blende_Wikimedia.png)

Fragen?