

# Kryptografie mit öffentlichen Schlüsseln

## Kryptologie IL (Vorlesungsteil)

Andreas Unterweger

Studiengang ITS  
FH Salzburg

Sommersemester 2024

- Begriffe
  - Klartext (weiter: Chosen-Plaintext-Angriff)
  - Chiffretext (weiter: Chosen-Ciphertext-Angriff)
  - Schlüssel
  - Verschlüsselung(-sfunktion)
  - Entschlüsselung(-sfunktion)
- Rechnerische Sicherheit
  - Brute-Force-Schlüsselsuche
  - Aktuelle Schlüssellängen
- Symmetrische vs. asymmetrische Kryptografie

- Asymmetrische Kryptografie
  - Ein Schlüssel ist öffentlich (z.B. zur Verschlüsselung)
  - Der zweite Schlüssel wird geheim gehalten (z.B. zur Entschlüsselung)
  - Begriff des Schlüsselpaares (engl. *public-private key pair*)
  - Es gibt **keinen geteilten geheimen Schlüssel**  
→ Vereinfachter Schlüssel„tausch“
- Zur Erinnerung: Rechnerisch sichere Verfahren beruhen auf (Schwierigkeits-)Annahmen
- Beispiele:
  - Das Rivest-Shamir-Adleman-(RSA)-Kryptosystem
  - Kryptografie mit elliptischen Kurven (nur grober Ausblick)
- Fortgeschrittene Konzepte basierend auf asymmetrischer Kryptografie:
  - Digitale Signaturen
  - Public-Key-Infrastruktur

- Modular Arithmetik
  - Die Modulo-Operation
  - Modul  $N$
  - Kongruenz modulo  $N$
  - Inverse und Umkehrbarkeit
- Multiplikative Gruppen
  - Was macht eine Gruppe aus?
  - Abgeschlossenheit
  - Existenz eines neutralen Elements
  - Umkehrbarkeit aller Gruppenelemente
  - Exponentiation
  - Generatoren
  - Teilgruppen
  - Diskreter Logarithmus

- $\mathbb{Z}_n^* := \{1, 2, \dots, n-1\}$  mit Multiplikation modulo  $n \in \mathbb{P}$ 
  - Multiplikative Gruppe
  - Bisherige Einschränkung:  $n$  muss prim sein, damit alle Elemente umkehrbar sind
  - Generalisierung (ohne Beweis): Wenn  $n \notin \mathbb{P}$ , schlieÙe alle Elemente aus, die nicht umkehrbar sind  $\rightarrow$  Gruppen, die zusammengesetzte (nicht-prime)  $n$  erlauben

$\rightarrow$  Volle Definition:  $\mathbb{Z}_N^* := \{a \in \{1, 2, \dots, N-1\} \mid \text{ggT}(a, N) = 1\}$  mit Multiplikation modulo  $N \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$

- Beispiel  $\mathbb{Z}_4^* = \{1, 3\}$  mit Multiplikation modulo 4
  - Abgeschlossenheit (folgt aus restlichen Bedingungen unten)
  - Existenz eines neutralen Elements: 1
  - Umkehrbarkeit: 1 (trivial),  $3^{-1} \equiv 3 \pmod{4}$ , da  $3 \cdot 3 \equiv 9 \equiv 1 \pmod{4}$
  - 3 generiert  $\mathbb{Z}_4^*$ , da  $3^0 := 1 \pmod{4}$  und  $3^1 \equiv 3 \pmod{4}$
- Beispiel  $\mathbb{Z}_8^* = \{1, 3, 5, 7\}$  mit Multiplikation modulo 8

# Definition und Überblick I

- Definition von  $\phi(N) := |\mathbb{Z}_N^*|$ 
  - Gibt an, wie viele Elemente in  $\mathbb{Z}_N^*$  sind
  - Auch Eulersche Phi-Funktion genannt
  - Wenn  $N \in \mathbb{P}$ , ist  $\phi(N) = N - 1$  (siehe vorherige Vorlesung)
  - Wenn  $N \notin \mathbb{P}$ , d.h.,  $N = \prod_i p_i^{e_i}$  unterschiedliche Primfaktoren  $p_i$  und Exponenten  $e_i \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ , ist  $\phi(N) = \prod_i p_i^{e_i-1} \cdot (p_i - 1)$ ; Beweis siehe Katz (2021)
- Beispiel:  $\phi(4)$ 
  - Von vorher:  $\phi(4) := |\mathbb{Z}_4^*| = |\{1, 3\}| = 2$
  - Alternativ:  $\phi(4) = \phi(2^2) = 2^{2-1} \cdot (2 - 1) = 2^1 \cdot 1 = 2$
- Beispiel:  $\phi(8)$ 
  - Von vorher:  $\phi(8) := |\mathbb{Z}_8^*| = |\{1, 3, 5, 7\}| = 4$
  - Alternativ:  $\phi(8) = \phi(2^3) = 2^{3-1} \cdot (2 - 1) = 2^2 \cdot 1 = 4$
- Beispiel:  $\phi(15) = \phi(3^1 \cdot 5^1) = (3^0 \cdot (3 - 1)) \cdot (5^0 \cdot (5 - 1)) = (1 \cdot 2) \cdot (1 \cdot 4) = 2 \cdot 4 = 8$

- $\phi(N)$  zu berechnen erfordert Wissen über die Faktorisierung von  $N$ 
  - Zur Erinnerung: Eine große Zahl zu faktorisieren wird als schwierig angenommen
- RSA-Annahme
  - Wenn  $\phi(N)$  oder die Faktorisierung von  $N$  bekannt ist, sind einige Operationen in  $\mathbb{Z}_N^*$  leicht (mehr Details später)
  - Wenn  $\phi(N)$  und die Faktorisierung von  $N$  nicht bekannt sind, sind diese Operationen in  $\mathbb{Z}_N^*$  schwierig (angenommen es gibt keine Abkürzungen)
  - Wenn nur Bob  $\phi(N)$  kennt, kann nur er Nachrichten entschlüsseln
- Überblick über RSA
  - Schlüsselerzeugung
  - Verschlüsselung
  - Entschlüsselung
  - Korrektheit
  - Praktische Belange

# RSA-Schlüsselerzeugung

- 1 Generiere zwei unterschiedliche große Primzahlen  $p$  und  $q$  mit ungefähr gleicher Länge (Details in der Literatur; außerhalb des Umf.)
- 2 Berechne  $N := p \cdot q$ 
  - Spätere Operationen werden in  $\mathbb{Z}_N^*$  durchgeführt
  - $\phi(N) = (p - 1) \cdot (q - 1)$
  - $N$  ist **nicht** geheim, aber seine Faktorisierung und  $\phi(N)$  müssen **geheim** sein
- 3 Wähle ein  $e \in \mathbb{Z}_N^*$ , sodass  $\text{ggT}(e, \phi(N)) = 1$ 
  - $e$  ist **öffentlich**
  - $(e, N)$  ist der **öffentliche Schlüssel**
- 4 Berechne  $d$  als das Inverse von  $e$ , d.h.,  $e \cdot d \equiv 1 \pmod{\phi(N)}$ 
  - Algorithmen zur Berechnung sind außerhalb des Umfangs (Details in der Literatur)
  - $d$  muss existieren, da  $e$  per Definition ein Inverses haben muss
  - $d$  muss **geheim** bleiben
  - $(d, N)$  ist der **geheime Schlüssel** (auch: private Schlüssel)



# RSA-Verschlüsselung und -Entschlüsselung

- Klartext und Chiffretext sind Zahlen in  $\mathbb{Z}_N^*$
- Verschlüsselung und Entschlüsselung sind Operationen in  $\mathbb{Z}_N^*$
- $c := E(k_{\text{oeffentlich}}, m) = E((e, N), m) = m^e \pmod{N}$
- $m \stackrel{!}{=} D(k_{\text{geheim}}, c) = D((d, N), c) = c^d \pmod{N}$
  
- Beispiel mit kleinen Zahlen:
  - 1 Generiere  $p = 11$  und  $q = 13$
  - 2 Berechne  $N = p \cdot q = 143$ ;  $\phi(N) = (p - 1) \cdot (q - 1) = 10 \cdot 12 = 120$
  - 3 Wähle  $e = 7$  (beachte, dass  $\text{ggT}(7, 120) = 1$ )
  - 4 Berechne  $d \equiv 103 \pmod{120}$
  - 5 Verschlüsse  $m = 19$ :  $c := m^e \pmod{N} = 19^7 \pmod{N} \equiv 46 \pmod{N}$
  - 6 Entschlüsse  $m \stackrel{!}{=} c^d \pmod{N} = 46^{103} \pmod{N} \equiv 19 \pmod{N}$

# Korrektheit von RSA

- $m \stackrel{!}{=} D(k_{\text{geheim}}, E(k_{\text{oeffentlich}}, m)) = D((d, N), E((e, N), m)) = D((d, N), m^e \pmod{N}) = (m^e)^d \pmod{N} = m^{e \cdot d} \pmod{N}$

→  $m \stackrel{!}{\equiv} m^{e \cdot d} \pmod{N}$

→  $m^{e \cdot d} \stackrel{!}{\equiv} m^1 \pmod{N}$

- $m$  generiert zyklisch eine Teilgruppe von  $\mathbb{Z}_N^*$  (wiederholt sich nach der Teilgruppengröße)

- $\mathbb{Z}_N^*$  hat  $\phi(N)$  Elemente

- Alle Teilgruppen von  $\mathbb{Z}_N^*$  haben eine Größe, die ein ganzzahliger Teiler von  $\phi(N)$  ist (Details in Katz (2021)), z.B. 60 Elemente für  $m = 19$  in  $\mathbb{Z}_{143}^*$

→  $m^{\phi(N)} \equiv m^1 \pmod{N}$

- Da  $e \cdot d \equiv 1 \pmod{\phi(N)} \rightarrow m^{e \cdot d} \equiv m^1 \pmod{N}$

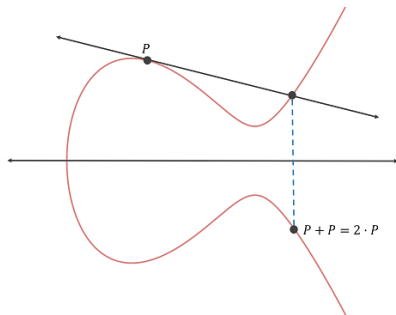
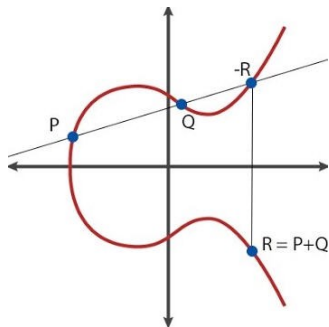
- „RSA aus dem Lehrbuch“ ist **nicht** sicher
  - Kleine Nachrichten können Angriffe vereinfachen
  - Auffüll-Bits verwenden, um Struktur aus der Nachricht zu entfernen
  - RSA mit üblicherweise verwendetem Padding ist sicher gegenüber Chosen-Plaintext-, aber nicht Chosen-Ciphertext-Angriffen (ohne Details)
- RSA kann Zahlen größer als  $N - 1$  in  $\mathbb{Z}_N^*$  nicht verschlüsseln
  - Möglichkeit 1: Zahl in Teile aufspalten (ähnlich wie bei Blockchiffren) und einen zufälligen Schlüssel für die tatsächliche Verschlüsselung aller separaten (aufgefüllten) Teile verwenden
  - Möglichkeit 2: Hybride Verschlüsselung (später) – verschlüssele oder leite (aufgefüllten) symmetrischen Schlüssel ab und setze Kommunikation mit symmetrischer Chiffre fort
- RSA kann Zahlen außerhalb von  $\mathbb{Z}_N^*$  nicht verschlüsseln
  - Binärstring (Nachricht) in Zahl umwandeln (mit Auffüllen!)
  - Theoretischer Randfall:  $m \notin \mathbb{Z}_N^*$ , z.B.,  $11 \notin \mathbb{Z}_{143}^*$  (Korrektheit gilt dennoch und Angriffe bleiben schwierig; ohne Details)

- RSA ist relativ aufwändig zu berechnen
  - RSA nur für kurze Nachrichten verwenden, z.B. Schlüsseltausch
  - Symmetrische Chiffren für längerer Nachrichten verwenden
- Wie eine sichere Größe für das Faktorisierungsmodul  $N$  wählen
  - Asymmetrische Schlüsselgrößen **können nicht** mit symmetrischen Schlüsselgrößen verglichen werden
  - Asymmetrische Schlüsselgrößen sind nicht mit (Teil-)Gruppengrößen vergleichbar
  - Empfehlungen unter <https://www.keylength.com/en/compare/>
- Wahl der Werte
  - $p$  und  $q$ : Müssen ähnlich groß sein (ansonsten Vorteil für einen Angreifer)
  - $e$ : Kann klein sein, z.B. üblicherweise 3 oder 65537
  - $d$ : Abgeraten, obwohl es gewählt und  $e$  als sein Inverses berechnet werden könnte; darf nicht zu klein sein (ansonsten Vorteil für einen Angreifer)

# Ausblick: Kryptografie mit elliptischen Kurven I

## • Elliptische Kurven

- Spezielle Kurven (ohne Details), deren Punkte eine Gruppe bilden
- Spezielle Definition von Addition: Schnittgeraden von Punkten mit Kurve mit Spezialfällen im Unendlichen (ohne Details)



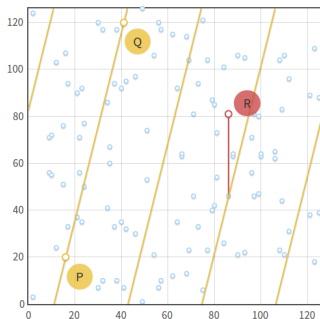
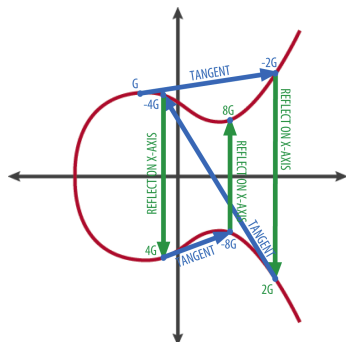
Quellen: Reid, P.: Part 2 – Is Elliptic Curve Cryptography (ECC) a step towards something more – Understanding ECC.  
[https://medium.com/@peterreid\\_12788/](https://medium.com/@peterreid_12788/)

part-2-is-elliptic-curve-cryptography-ecc-a-step-towards-something-more-understanding-ecc-3c933d3922e  
(Zugriff am 27.9.2022), 2016; Yang, H.: Same Point Addition on an Elliptic Curve.

<http://www.herongyang.com/EC-Cryptography/Introduction-Same-Point-Addition-on-Elliptic-Curve.html> (Zugriff am 27.9.2022), 2022.

# Ausblick: Kryptografie mit elliptischen Kurven II

- Multiplikation als wiederholte Addition eines Startpunktes definiert
- Kurvengleichung und Punktkoordinaten eigentlich in Primmodul



Quellen: Uszak, P.: How does ECC go from decimals to integers? <https://crypto.stackexchange.com/q/48657> (Zugriff am 27.9.2022), 2017; Corbellini, A.: Elliptic Curve Cryptography: finite fields and discrete logarithms. <https://andrea.corbellini.name/2015/05/23/elliptic-curve-cryptography-finite-fields-and-discrete-logarithms/> (Zugriff am 13.9.2022), 2015.

[4] Corbellini, A.: Elliptic Curve Cryptography: finite fields and discrete logarithms. <https://andrea.corbellini.name/2015/05/23/elliptic-curve-cryptography-finite-fields-and-discrete-logarithms/> (Zugriff am 13.9.2022), 2015.

- (Teilgruppenbildende) Generatoren können basierend auf Multiplikation analog zu multiplikativen Gruppen definiert werden (ohne Details)
- Der diskrete Logarithmus (basierend auf Multiplikation) in Elliptischen-Kurven-Gruppen wird als besonders schwierig zu berechnen angenommen
  - Als Basis für asymmetrisches Kryptosystem verwenden (ohne Details)
  - Benötigt kleinere Schlüssellängen im Vergleich zu Kryptosystemen, die auf dem Diskreten-Logarithmus-Problem basierend auf Exponentiation aufbauen (siehe Empfehlungen unter <https://www.keylength.com/en/compare/>)

[4] Corbellini, A.: Elliptic Curve Cryptography: finite fields and discrete logarithms. <https://andrea.corbellini.name/2015/05/23/elliptic-curve-cryptography-finite-fields-and-discrete-logarithms/> (Zugriff am 13.9.2022), 2015.

# Überblick über digitale Signaturen

- Vom Unterzeichner/Sender generiert und an die Nachricht angehängt
- Kann vom Empfänger (oder jedem anderen) überprüft werden
- Bewahrt die Nachrichtenintegrität anstatt der -privatsphäre
- Garantien
  - Die signierte Nachricht wurde nicht verändert
  - Die signierte Nachricht stammt vom Unterzeichner
- Nichtabstreitbarkeit: Der Unterzeichner kann nicht behaupten, die Nachricht **nicht** unterzeichnet zu haben
- Anwendungsbeispiel: Softwareupdate-/-patchüberprüfung
  - Alice (Anbieter) veröffentlicht ein Update mit einer Signatur
  - Bob (Benutzer) kann überprüfen, ob die Signatur korrekt ist
  - Wenn die Signatur inkorrekt ist, z.B. durch eine bösartige Veränderung, kann Bob das Update ablehnen
- Signaturen basieren auf Kryptografie mit öffentlichen Schlüsseln und Hashes

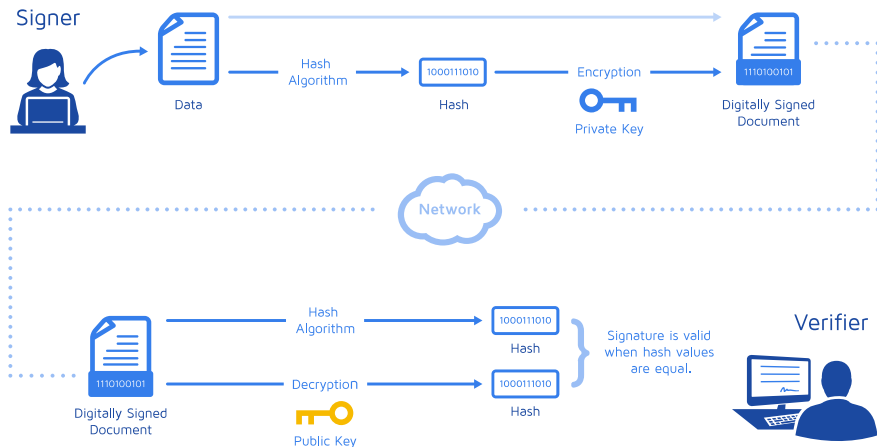


- Asymmetrische Kryptografie
  - Ein Schlüssel ist öffentlich (z.B. zur Verschlüsselung)
  - Der zweite Schlüssel wird geheim gehalten (z.B. zur Entschlüsselung)
  - Notation:  $c = E(k_{\text{geheim}}, m)$  und  $m \stackrel{!}{=} D(k_{\text{oeffentlich}}, c)$
- Kryptografische Hashes
  - erzeugen einen Fingerabdruck/Hash einer gegebenen Nachricht
  - ordnen einer variabel langen Eingabe eine Ausgabe fester Länge zu
  - sind eine „Einbahn“, d.h. rechnerisch unzumutbar sie umzukehren
  - schützen Integrität (können verwendet werden, um Verfälschungen/Sabotage zu erkennen)
  - Notation:  $h = H(m)$

- Arbeitet mit Hashes der Originalnachricht
  - Geringerer Rechenaufwand für längere Nachrichten erforderlich
  - Signatur hat konstante Länge
  - Sicherheit beruht auf Sicherheit des asymmetrischen Kryptosystems **und** der Sicherheit der Hashfunktion
- Notation:  $s = S(k_{\text{geheim}}, m) := E(k_{\text{geheim}}, H(m))$
- Schritte des Signierens
  - 1 Alice generiert ein Schlüsselpaar
  - 2 Alice berechnet den Hash der zu sendenden Nachricht
  - 3 Alice verschlüsselt den Hash, um die Signatur zu erhalten
  - 4 Alice sendet die Signatur zusammen mit der Nachricht an Bob

- Überprüfungsschritte (angenommen Bob kennt Alices öffentlichen Schlüssel)
  - 1 Bob empfängt die Nachricht  $m'$  und ihre Signatur  $s$
  - 2 Bob berechnet den Hash  $h' = H(m')$  der Nachricht  $m'$
  - 3 Bob entschlüsselt den Hash aus der Signatur:  $h = D(k_{\text{oeffentlich}}, s)$
  - 4 Bob vergleicht den Hash  $h'$ , den er berechnet hat, mit dem Hash  $h$  aus der Signatur
- Eine Signatur ist **nur** gültig, wenn  $h = h'$
- Wenn  $h = h'$ , wurde die Nachricht nicht verändert **und** ist von Alice
- Wenn  $h \neq h'$ , ist **entweder**
  - die Nachricht verfälscht worden (und hat so ihren Hash geändert)
  - die Signatur nicht von Alice (sondern einem anderen Schlüsselpaar)

# Signaturüberprüfung II



Quelle: DocuSign, Inc.: Understanding digital signatures.

<https://www.docusign.com/how-it-works/electronic-signature/digital-signature/digital-signature-faq> (Zugriff am 13.9.2022), 2022.

- Zur Erinnerung: Die Sicherheit einer Signatur beruht auf der Sicherheit des asymmetrischen Kryptosystems **und** der Sicherheit der Hashfunktion
  - Verwende sichere Kryptosysteme und sichere Hashfunktionen
    - Verwende ausreichende Schlüssel- bzw. Ausgabelängen
- Stufen digitaler Signaturen, z.B. europäische e-Signaturen
  - Einfach: „Herkömmliche“ digitale Signatur
  - Fortgeschritten: Identifiziert zusätzlich den Unterzeichner (und mehr) und ist an diesen gebunden
  - Qualifiziert: Zusätzlich von speziellem Signaturgerät erzeugt (und mehr)
- Identitätsproblem: Wie Alice mit ihrem öffentlichen Schlüssel in Verbindung bringen?
  - Public-Key-Infrastruktur

[1] European Commission: eSignature FAQ.

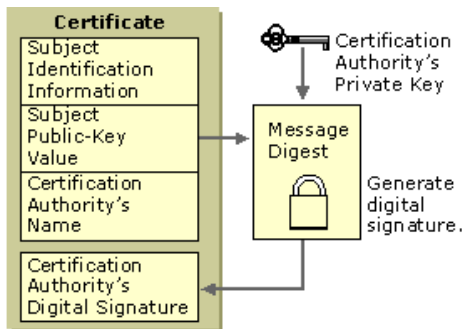
<https://ec.europa.eu/digital-building-blocks/wikis/display/DIGITAL/eSignature+FAQ> (Zugriff am 13.9.2022), 2022.

- Public-Key-Infrastruktur (PKI)
  - Architektur, die es erlaubt, öffentliche Schlüssel mit ihren „Besitzern“ zu assoziieren
  - Löst Schlüsselverwaltung und -verteilung
  - Erfordert Vertrauen in eine oder mehrere Parteien
- Unterschiedliche Modelle für PKI; Schwerpunkt auf dem/den Weitverbreitetsten
- Schwerpunktthemen:
  - Digitale Zertifikate
  - Zertifizierungsstellen und -hierarchien
  - Alternative Infrastrukturkonzepte

- Zur Erinnerung: Digital Signaturen erlauben es nur, Unterzeichner an Hand ihres öffentlichen Schlüssels zu überprüfen (sie überprüfen nicht, ob der Schlüssel einer Person oder Entität gehört)
- Verbindung zwischen Person/Entität und ihrem öffentlichen Schlüssel benötigt
- Digitales Zertifikat: Assoziiert öffentlichen Schlüssel mit Person/Entität
  - Annahme: Vertrauenswürdige Partei  $T$ , deren öffentlicher Schlüssel allen Parteien bekannt ist
  - $T$  signiert eine Aussage wie „Alices öffentlicher Schlüssel ist  $k_{\text{oeffentlich}}^A$ “
  - Bob kann mit dem öffentlichen Schlüssel von  $T$  die Aussage überprüfen
  - Notation:  $C_{A \rightarrow T}$ :  $T$  zertifiziert As Schlüssel (mit seinem eigenen geheimen Schlüssel)
- Notation:  $C_{A \rightarrow T}$ : As Schlüssel ist durch  $T$  zertifiziert
- $C_{A \rightarrow T} := S(k_{\text{geheim}}^T, \text{„Alices öffentlicher Schlüssel ist } k_{\text{oeffentlich}}^A \text{“})$
- Zertifikat kann durch seine Signatur von jedem überprüft werden

# Digitale Zertifikate II

- Praktisch signierte Nachricht in digitalem Zertifikat: Separate Felder für Schlüssel und identifizierende Information mit kombiniertem Hash
- Beispielzertifikatsstandard: X.509



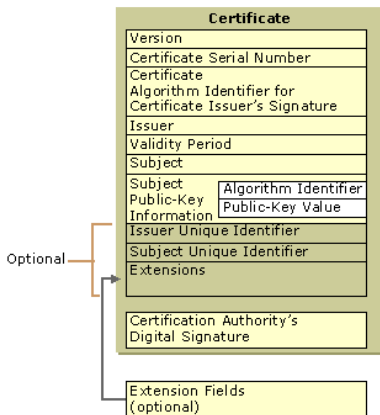
Quelle: Microsoft: Digital Certificates. [https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029\(v=technet.10\)?redirectedfrom=MSDN](https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029(v=technet.10)?redirectedfrom=MSDN) (Zugriff am 13.9.2022), 2012.

[2] Microsoft: Digital Certificates. [https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029\(v=technet.10\)?redirectedfrom=MSDN](https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029(v=technet.10)?redirectedfrom=MSDN) (Zugriff am 13.9.2022), 2012.



# Digitale Zertifikate III

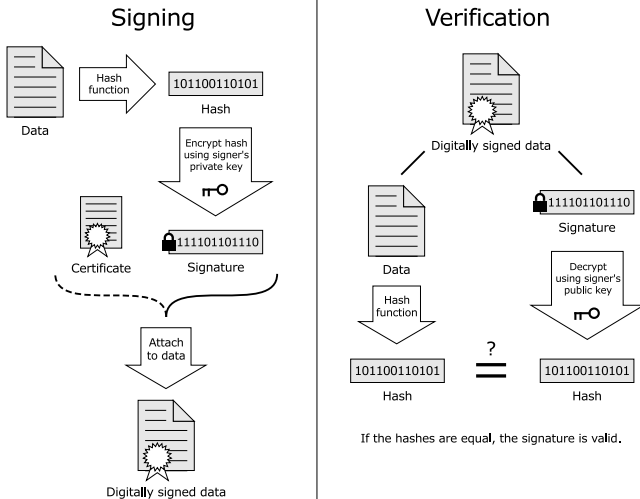
Felder in X.509 (vereinfacht):



Quelle: Microsoft: Digital Certificates. [https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029\(v=technet.10\)?redirectedfrom=MSDN](https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029(v=technet.10)?redirectedfrom=MSDN) (Zugriff am 13.9.2022), 2012.

[2] Microsoft: Digital Certificates. [https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029\(v=technet.10\)?redirectedfrom=MSDN](https://docs.microsoft.com/en-us/previous-versions/windows/it-pro/windows-2000-server/cc962029(v=technet.10)?redirectedfrom=MSDN) (Zugriff am 13.9.2022), 2012.

# Digitale Signaturen mit Zertifikaten



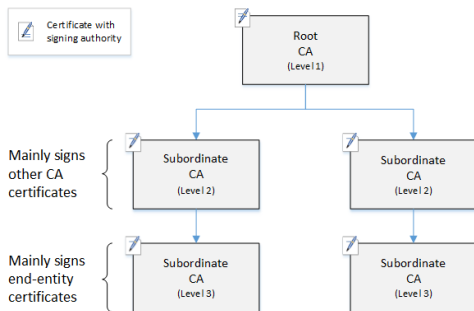
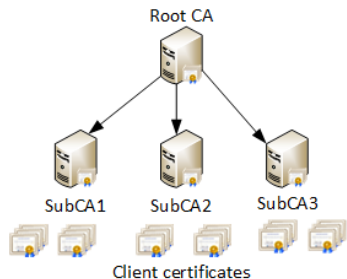
Quelle: Acdx: Diagram illustrating how a simple digital signature is applied and verified.

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Digital\\_Signature\\_diagram.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Digital_Signature_diagram.svg) (Zugriff am 13.9.2022), 2012.

- Zertifizierungsstellen (engl. *certificate authorities*, CAs)
  - wird vertraut, Zertifikate auszustellen
  - überprüfen die Identität des Besitzers oder der Entität
  - haben ihr eigenes Schlüsselpaar (von jedem Akteur wird angenommen, dass er das CA-Schlüsselpaar kennt)
- Beschränkungen bei nur einer CA
  - Unwahrscheinlich, dass **jeder** der CA vertraut
  - Single point of failure: Was bei Kompromittierung tun?
  - Wie den CA-Schlüssel *sicher* herausfinden?
- Lösung: Mehrere CAs verwenden (mehrere Möglichkeiten; Beispiel: CA-Hierarchien)

- Zertifizierungsstellenhierarchien (CA-Hierarchien)
  - Ausstellen von Zertifikaten ist an Sub-CA(s) delegiert
  - Mehrstufige Zertifikate von der CA zu(r) Sub-CA(s) zur Entität
  - Hierarchisches Vertrauensmodell
- Zweistufiges Beispiel (mehr Stufen möglich):
  - CA stellt Zertifikat für Sub-CA (SCA) aus:  $C_{SCA \rightarrow CA}$
  - Sub-CA und ihr öffentlicher Schlüssel werden von CA signiert
  - Sub-CA stellt Zertifikat für Alice aus:  $C_{A \rightarrow SCA}$
  - Bob kann Zertifikat von Alice durch Zertifikatskette ( $C_{A \rightarrow SCA}, C_{SCA \rightarrow CA}$ ) überprüfen
  - Bob muss beiden – der Sub-CA und der CA – vertrauen!

# Zertifizierungsstellenhierarchien II



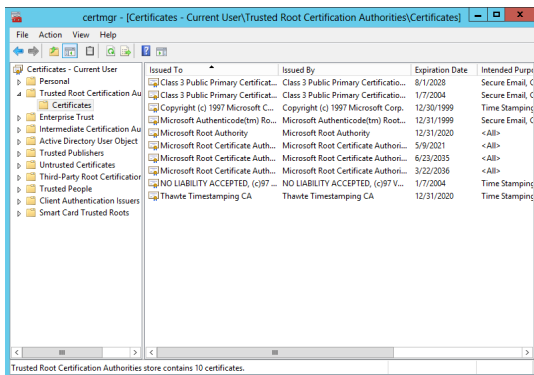
Quellen: Podāns, V.: Certificate Chaining Engine — how it works.

<https://www.sysadmins.lv/blog-en/certificate-chaining-engine-how-this-works.aspx> (Zugriff am 13.9.2022), 2011;  
Amazon Web Services, Inc.: Designing a CA hierarchy.

<https://docs.aws.amazon.com/acm-pca/latest/userguide/ca-hierarchy.html> (Zugriff am 13.9.2022), 2022.

# Zertifizierungsstellenhierarchien III

- Stammzertifizierungsstelle(n) (CA(s) auf höchster Hierarchieebene)
    - signieren ihr(e) eigenes/n Zertifikat(e) selbst
    - sind in Webbrowsern, Betriebssystemen etc. vorinstalliert
- Hohes Maß an Vertrauen erforderlichlich



Quelle: ppubs: Where to get root CA certificates for Windows Server now that Microsoft no longer updates them?  
<https://serverfault.com/q/541922> (Zugriff am 13.9.2022), 2013.

# Zertifizierungsstellenhierarchien IV

## End-entity Certificate

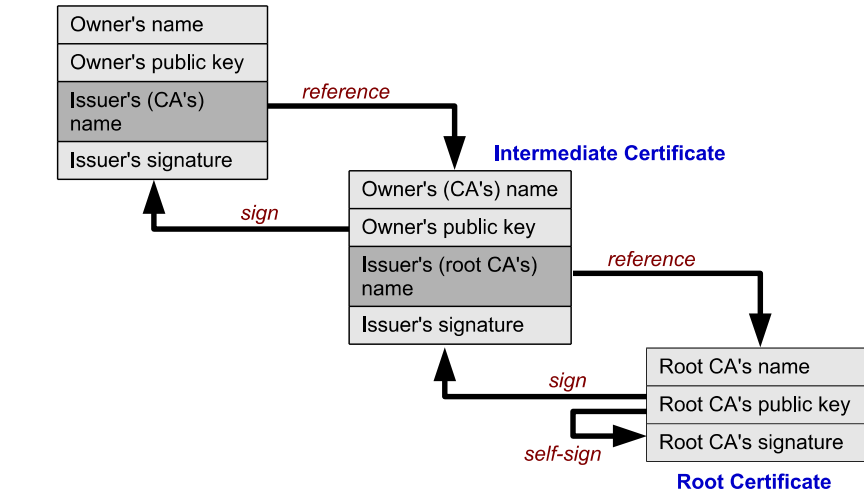
Owner's name
Owner's public key
Issuer's (CA's) name
Issuer's signature

## Intermediate Certificate

Owner's (CA's) name
Owner's public key
Issuer's (root CA's) name
Issuer's signature

Root CA's name
Root CA's public key
Root CA's signature

## Root Certificate

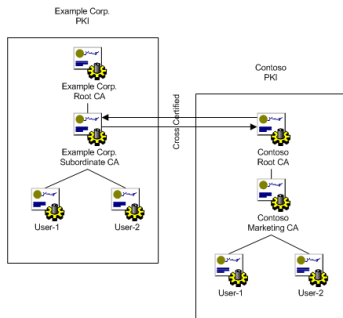


Quelle: Yanpas: Chain of trust SSL certificate. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Chain\\_of\\_trust.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Chain_of_trust.svg) (Zugriff am 13.9.2022), 2017.

- Es gibt keine universelle PKI
  - Verschiedene Anwendungsfälle/Organisationen haben ihre eigenen PKIs
  - Benutzer/Entitäten haben verschiedene Schlüssel (und Zertifikate) für jeden Fall
  - Benutzer/Entitäten verwenden mehrere PKIs zur selben Zeit
- Zurückziehen von Zertifikaten
  - Geheime Schlüssel werden gestohlen, kompromittiert, gehen verloren
  - Möglichkeit, das entsprechende Zertifikat so schnell wie möglich zurückzuziehen
  - Linderung: Zertifikatsperrlisten (engl. *certificate revocation lists*, CRLs) und/oder Online-Zertifikatsüberprüfung durch CA oder andere vertrauenswürdige Partei
- Ablauf von Zertifikaten
  - Zertifikat hat ein(en) Gültigkeitsdatum(sbereich)
  - Zertifikat wird außerhalb dieses Datumsbereichs ungültig
  - Zertifikat muss (regelmäßig) erneuert werden
  - Bei kurzen Gültigkeitszeiträumen ist keine CRL notwendig



- Cross-Zertifizierung (CAs signieren gegenseitig ihre Zertifikate)
  - Mehrere gültige Zertifikatsketten/-pfade existieren
  - Robuster, wenn best. Zertifikate ablaufen oder zurückgezogen werden



Quelle: Microsoft, Inc.: Cross Certification.

<https://docs.microsoft.com/en-us/windows/win32/seccertenroll/about-cross-certification> (Zugriff am 13.9.2022), 2021.

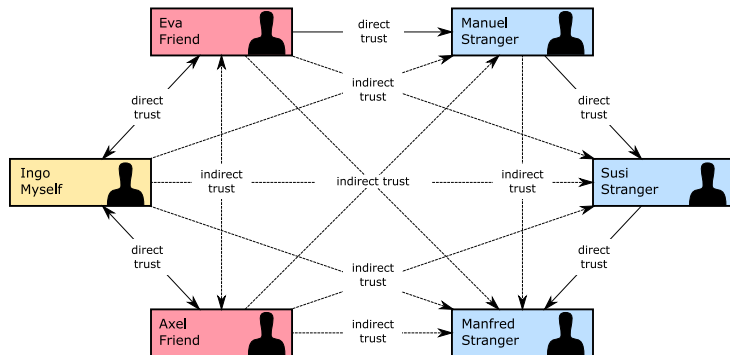
[3] SSLTrust: Understanding Certificate Cross-Signing.

<https://www.ssltrust.com.au/blog/understanding-certificate-cross-signing> (Zugriff am 13.9.2022), 2022.

# Alternative Infrastrukturkonzepte

## • Web of Trust

- Jeder kann Zertifikate ausstellen (es gibt keine zentralen Stellen)
- Jede Person oder Entität, die ein Zertifikat überprüft, muss entscheiden, ob sie einem beliebigen einzelnen Aussteller (direkt oder indirekt) vertraut



Quelle: Kku: Web of Trust network with levels of trust. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Web\\_of\\_Trust-en.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Web_of_Trust-en.svg)  
(Zugriff am 13.9.2022), 2019.

Fragen?