

Laborprotokoll SSY

Reglerentwurf nach dem Frequenz- Kennlinien-Verfahren

Daniel Schrenk, Andreas Unterweger, ITS 2004

1. Einleitung

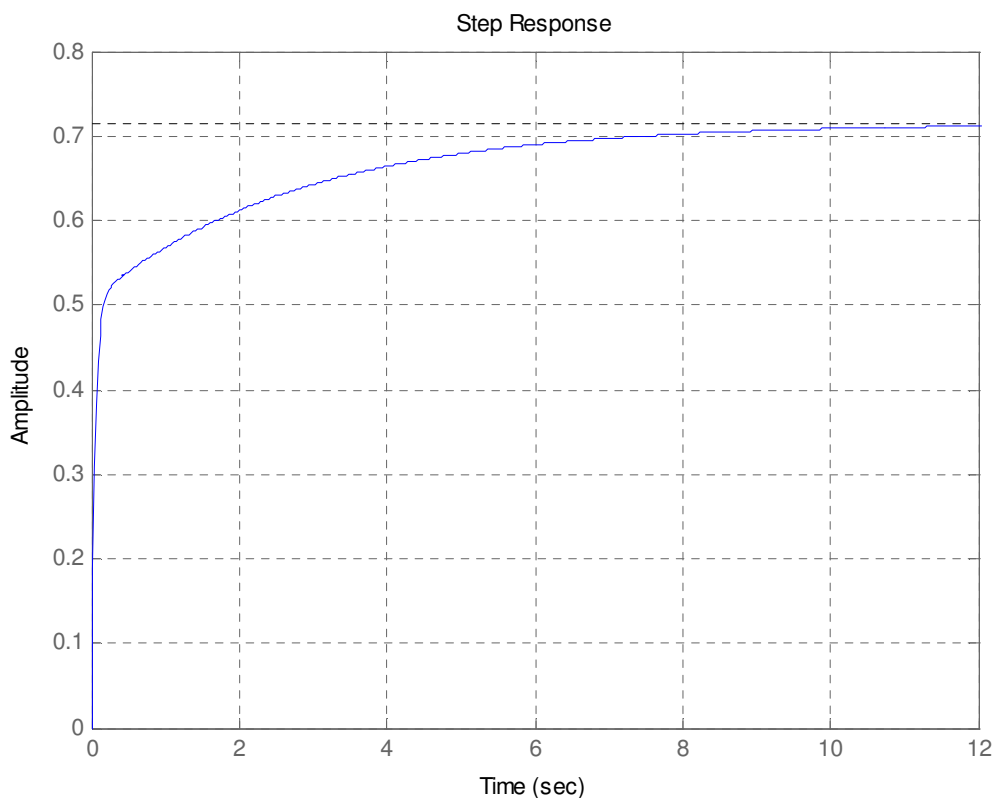
Ziel der Übung

Bei dieser Übung ging es um den Entwurf von Reglern, die bei gegebenen Systemen bestimmte Eigenschaften aufweisen. Dies wurde durch Ablesen aus dem Bodediagramm und mithilfe von Faustformeln realisiert.

2. Aufgabenstellungen

2.1 Aufgabe 1

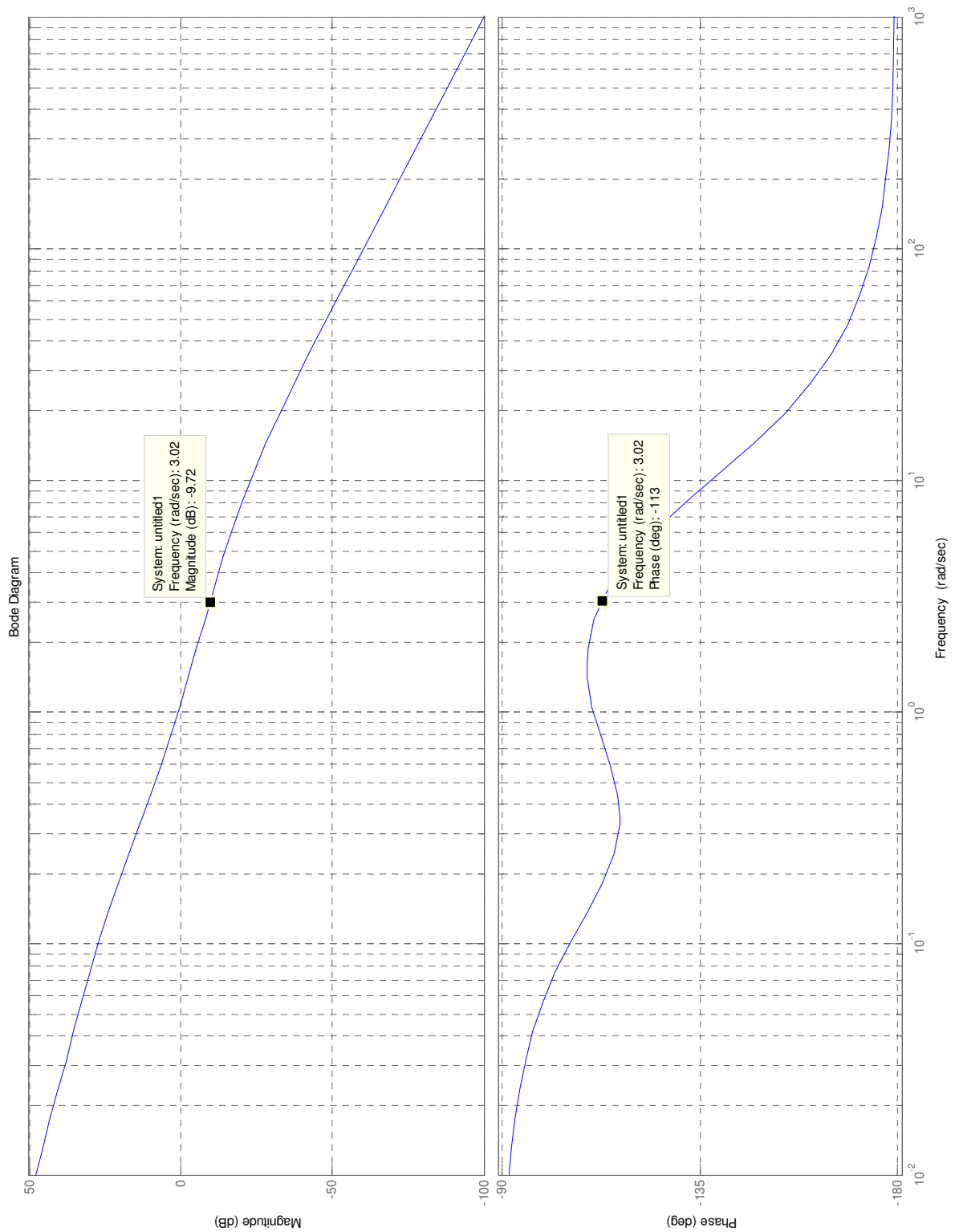
Gegeben ist das System $G(s) = \frac{10s + 5}{s^2 + 10s + 2}$, welches in seiner geschlossenen Form (mit Rückkopplung) folgende Sprungantwort aufweist:



Es sollte nun ein Regler so entworfen werden, dass die Regelabweichung y_d beim Anlegen eines Einheitssprungs 0 beträgt. Zudem sollte die Anstiegszeit $t_r = 0,5s$ und die Überschwingweite $\ddot{u} = 10\%$ sein.

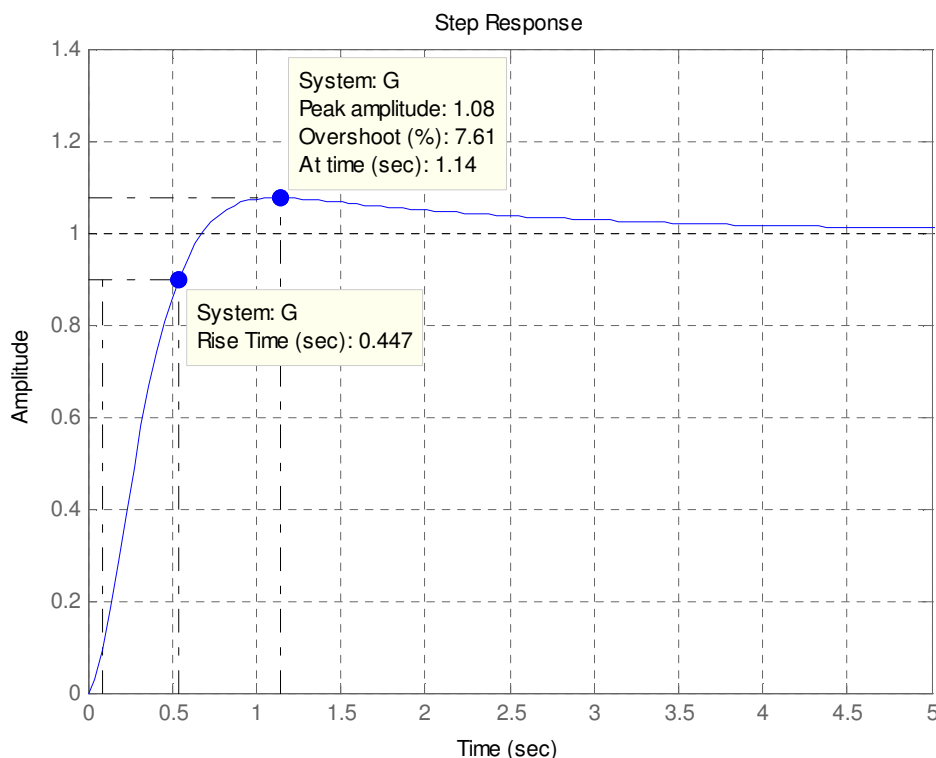
Um die bleibende Regelabweichung von 0 erreichen zu können, muss in jedem Fall ein I-Glied verwendet werden (vgl. Tabelle: beim Einheitssprung muss λ mindestens 1 sein, damit eine Regelabweichung von 0 möglich ist). Ein I-Glied besitzt die

Übertragungsfunktion $G_r = \frac{1}{s}$. Um die anderen Kriterien erfüllen zu können, wurde das Bode-Diagramm des offenen Systems zusammen mit dem I-Glied betrachtet:



Laut den Faustformeln gilt $t_r * w_c = 1,5$, also berechnet sich w_c bei gegebenem $t_r = 0,5$ auf $w_c = \frac{1,5}{0,5} = 3$. Weiters gilt $\varphi + \ddot{u} = 70$, womit sich für ein gegebenes \ddot{u} von 10 (%) eine notwendige Phasenreserve von $\varphi = 70 - 10 = 60^\circ$ ergibt, für die der Regler bei $w_c = 3$ sorgen muss. Wie aus dem Bode-Diagramm ersichtlich, beträgt die Phasenreserve bei $w_c = 3$ $180 - 113 = 67^\circ$, was mehr als 60° ist, weshalb keine Anpassung der Phase durch ein Lead-Glied notwendig ist. Da das System genau bei $w_c = 3$ eine Verstärkung von 0dB aufweisen soll, muss der Regler eine Verstärkung von $9,65\text{dB}^1$ aufweisen. Wie in der Grafik ersichtlich, würde diese Verstärkung bei der Frequenz $w_c = 3$ für eine Gesamtverstärkung von 0dB (erwünscht) sorgen. Als Verstärkungsfaktor wird (von dB umgerechnet) $10^{\frac{9,65}{20}} = 3,0374$ verwendet. Eine reine Verstärkung wird durch ein P-Glied verursacht. Der resultierende Regler besteht also aus einem P-Glied mit einer Verstärkung von 3,0374 und einem I-Glied.

Die Sprungantwort des Systems mitsamt dem Regler sieht wie erwünscht aus:



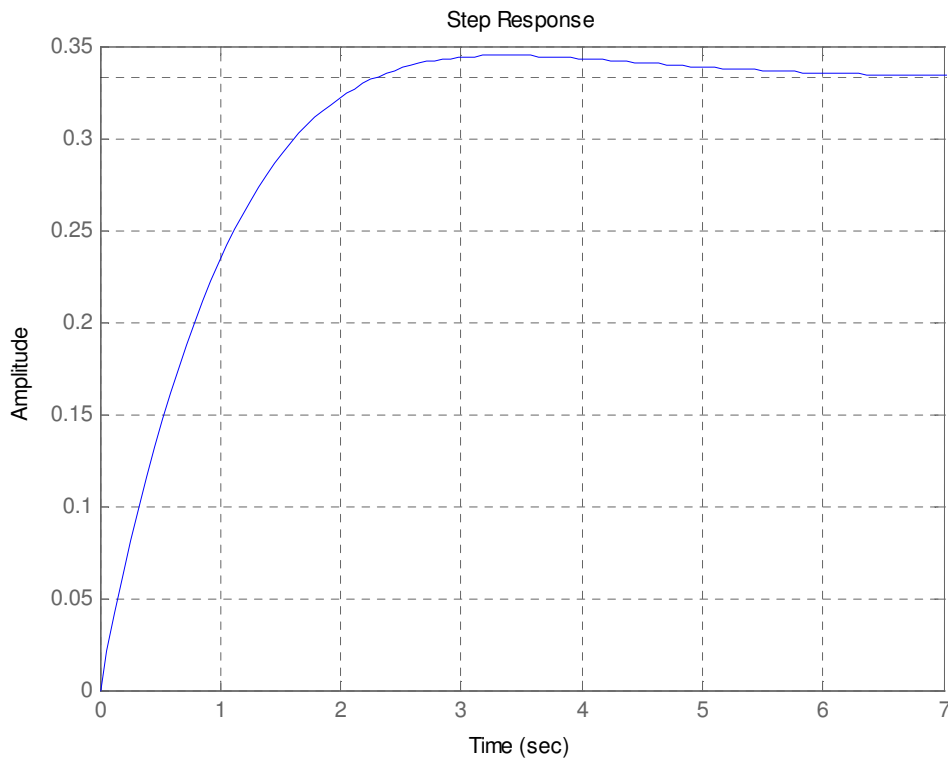
Die vorgegebenen Größen lassen sich sehr schön aus der Grafik ablesen: die Anstiegszeit von (hier) weniger als 0,5s als auch die Überschwingweite von $\ddot{u} < 10\%$. Die Sprungantwort nähert sich 1, daher ist die bleibende Regelabweichung 0.

Allgemeine Anmerkung: der Matlab-Code zu allen Aufgaben ist im Anhang zu finden.

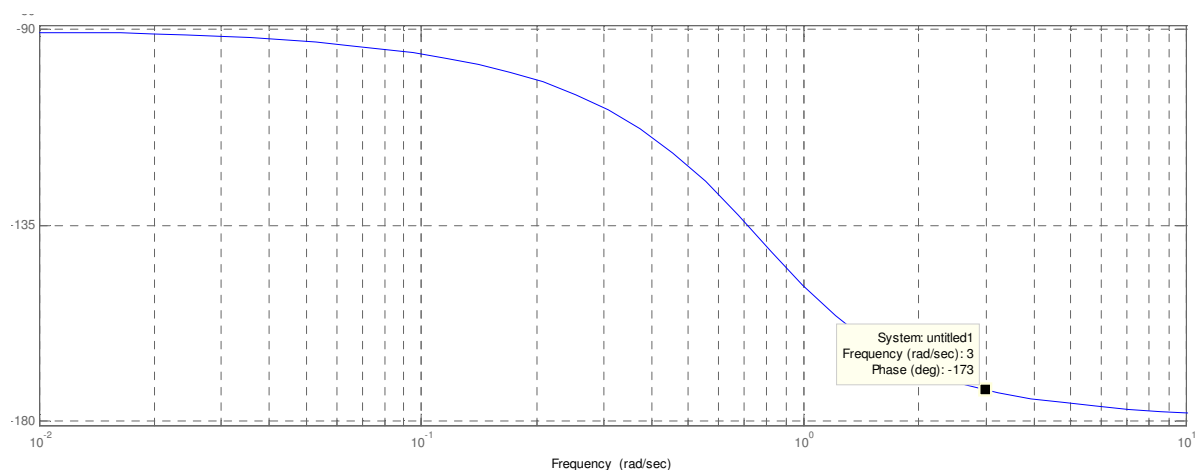
¹ Wert weicht leicht von der Grafik ab – zur weiteren Berechnung wurde der im Labor abgelesene Wert (in diesem Fall 9,65) verwendet

2.2 Aufgabe 2

Gegeben ist das System $G(s) = \frac{s+1}{3s^2+4s+2}$, welches in seiner geschlossenen Form (mit Rückkopplung) folgende Sprungantwort aufweist:



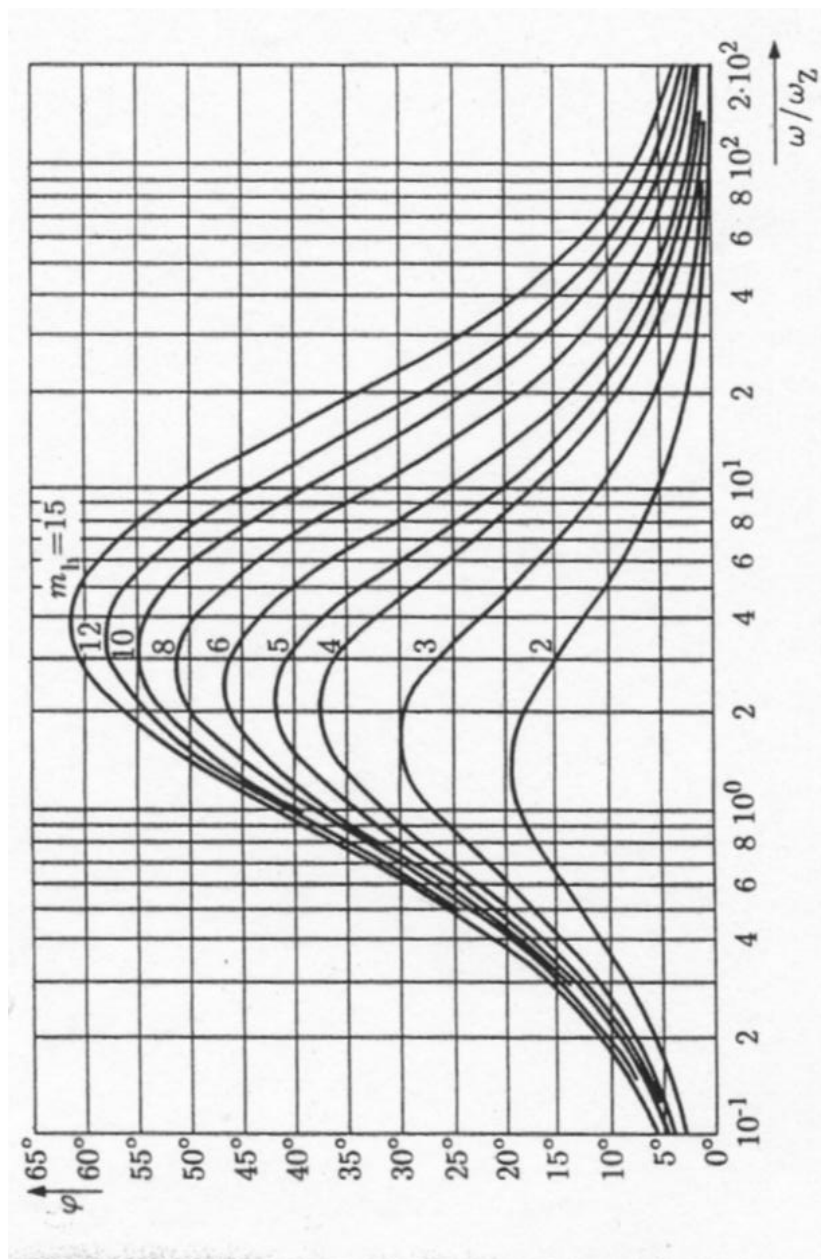
Hier soll ein Regler dermaßen entworfen werden, dass das System die gleichen Eigenschaften wie jenes in 2.1 aufweist (10% Überschwingweite und 0,5s Anstiegszeit). Die Vorgehensweise ist wieder die gleiche wie in 2.1: das Bode-Diagramm des offenen Systems zusammen mit dem I-Glied wird dargestellt (vgl. unten), um die Phasenreserve zu kontrollieren:

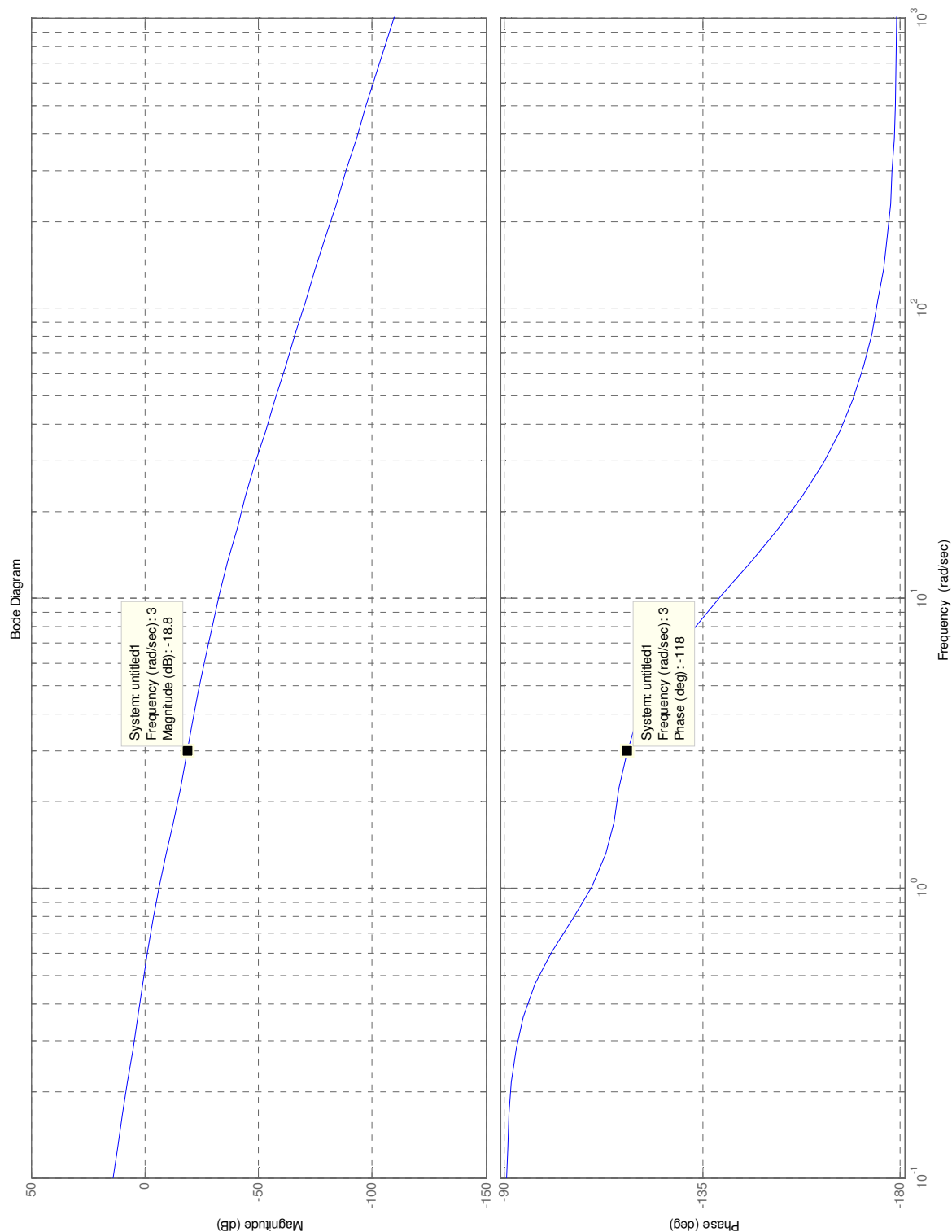


Da in diesem Fall die Phasenreserve nicht groß genug ist (nur 7° anstatt der benötigten 60°), muss ein sogenanntes Lead-Glied eingefügt werden, um für eine entsprechende Phasen-Reserve zu sorgen (Phasen-Verlauf in einem bestimmten Bereich „anheben“). Ein

solches Glied hat die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1 + \frac{s}{w_Z}}{1 + \frac{s}{w_N}}$.

Hier wird die notwendige Phasenhebung von $60 - 7 = 53^\circ$ am besten durch die Kurve mit $m_h=10$ beschrieben. Da hier w bereits 3 ist, können w_Z und w_N direkt übernommen werden. Der sich nun aus Lead- und I-Glied zusammensetzende, temporäre Regler wird nun erneut im Bode-Diagramm betrachtet.

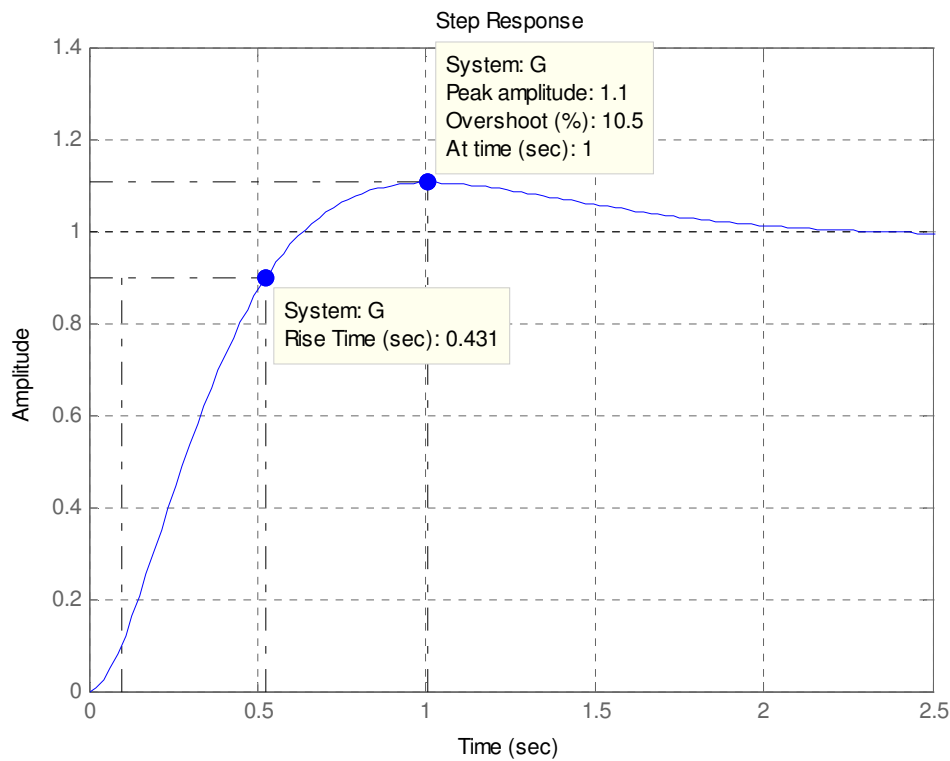




Bode-Diagramm des offenen Systems mit I- und Lead-Glied

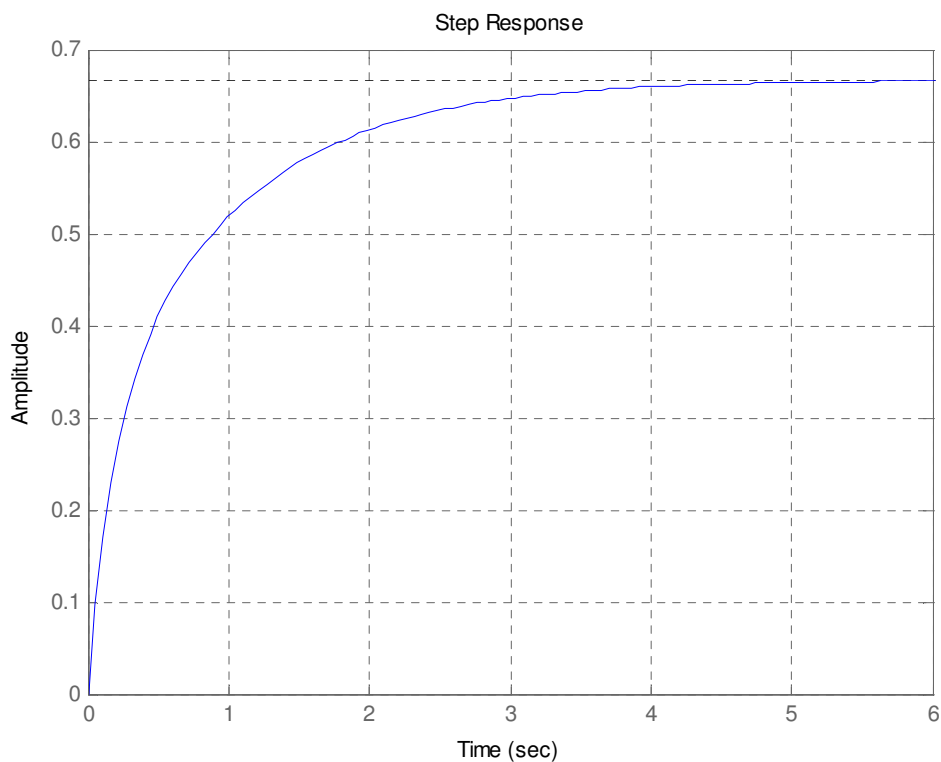
Hier lässt sich bei $\omega_c = 3$ eine Dämpfung von 18,8dB ablesen, was eine Verstärkung um

den Faktor $10^{\frac{18,8}{20}} = 8,7096$ notwendig macht. Der fertige Regler besteht dann aus einem I-, einem Lead- und einem P-Glied. Die Sprungantwort des geschlossenen Systems mit Regler sieht dann wie gewünscht aus:



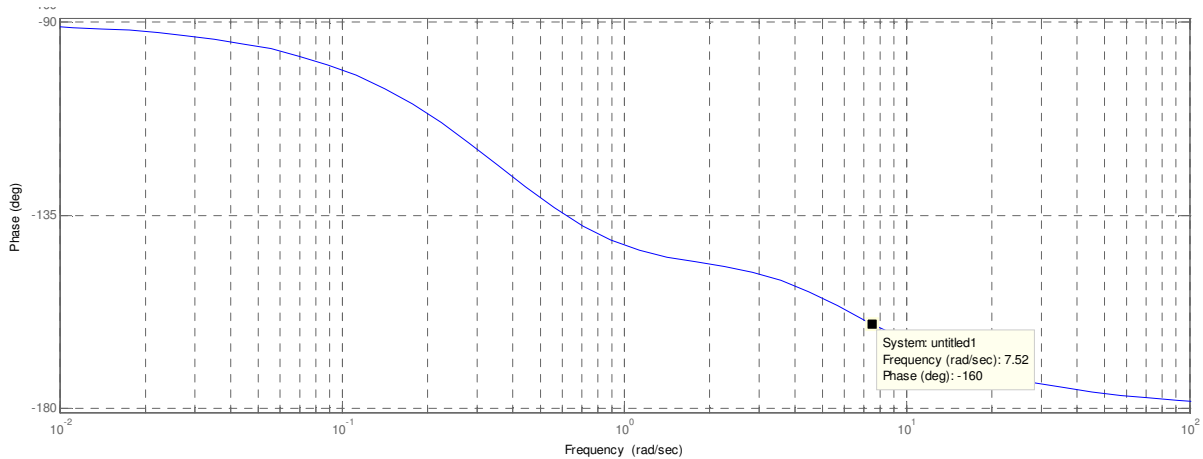
2.3 Aufgabe 3

Gegeben ist das System $G(s) = \frac{2s + 4}{s^2 + 5s + 2}$, welches in seiner geschlossenen Form (mit Rückkopplung) folgende Sprungantwort aufweist:



Es soll wieder ein Regler wie in 2.1 bzw. 2.2 entworfen werden – allerdings soll diesmal die Anstiegszeit nur 0,2s betragen. Das macht ein Neuberechnen von ω_c notwendig, was sich wie in 2.1 mit $\omega_c = \frac{1,5}{t_r} = \frac{1,5}{0,2} = 7,5$ berechnet.

Wieder wird ein I-Glied benötigt und das Bode-Diagramm des offenen Systems (mit I-Glied) in Bezug auf die Phasenreserve betrachtet:



Die Phasenreserve ist mit 20° nicht groß genug, daher muss wieder ein Lead-Glied wie in 2.2 verwendet werden, um die Phase an dieser Stelle anzuheben (und zwar um 40°). Zwar lässt sich durch die bereits in 2.2 verwendete Grafik ein mh von 5 finden, das die gewünschte Anhebung verursacht, allerdings geschieht das nicht bei der richtigen Frequenz. Das Lead-Glied muss daher frequenzmäßig verschoben werden: da die Skala logarithmisch ist, wird die Addition (Verschiebung) zu einer Multiplikation; da die Kurve für mh=5 bei $\omega=2$ die gewünschte Phasenverschiebung aufweist, das Lead-Glied letztere allerdings bei

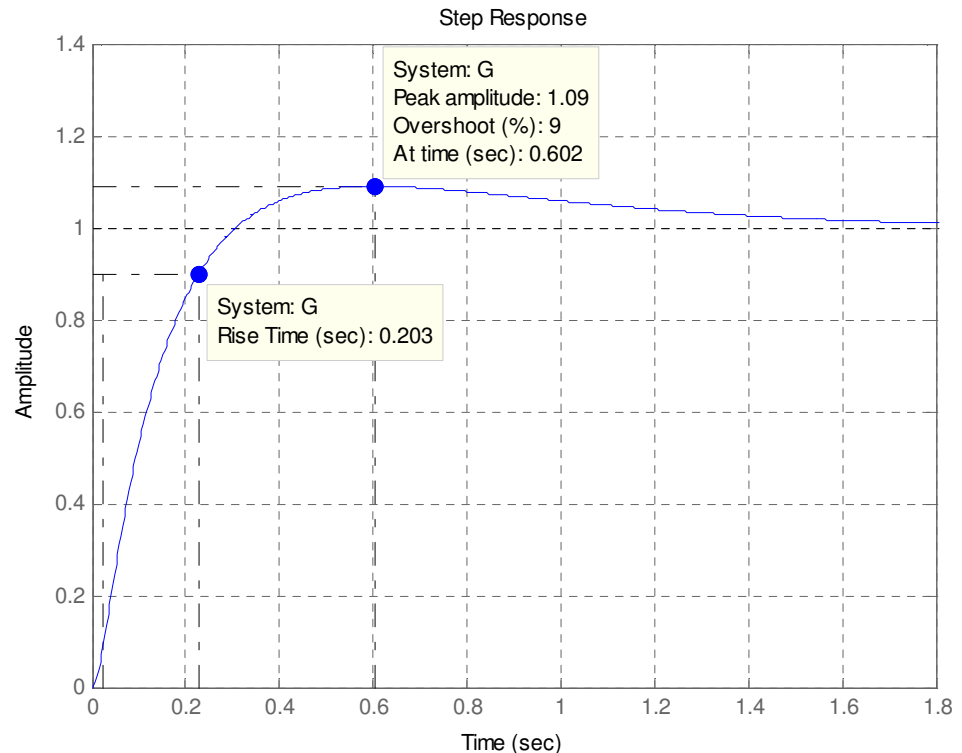
$\omega_c = 7,5$

aufweisen soll, müssen ω_N und ω_Z mit dem Faktor

$$\frac{7,5}{2} = 3,75$$

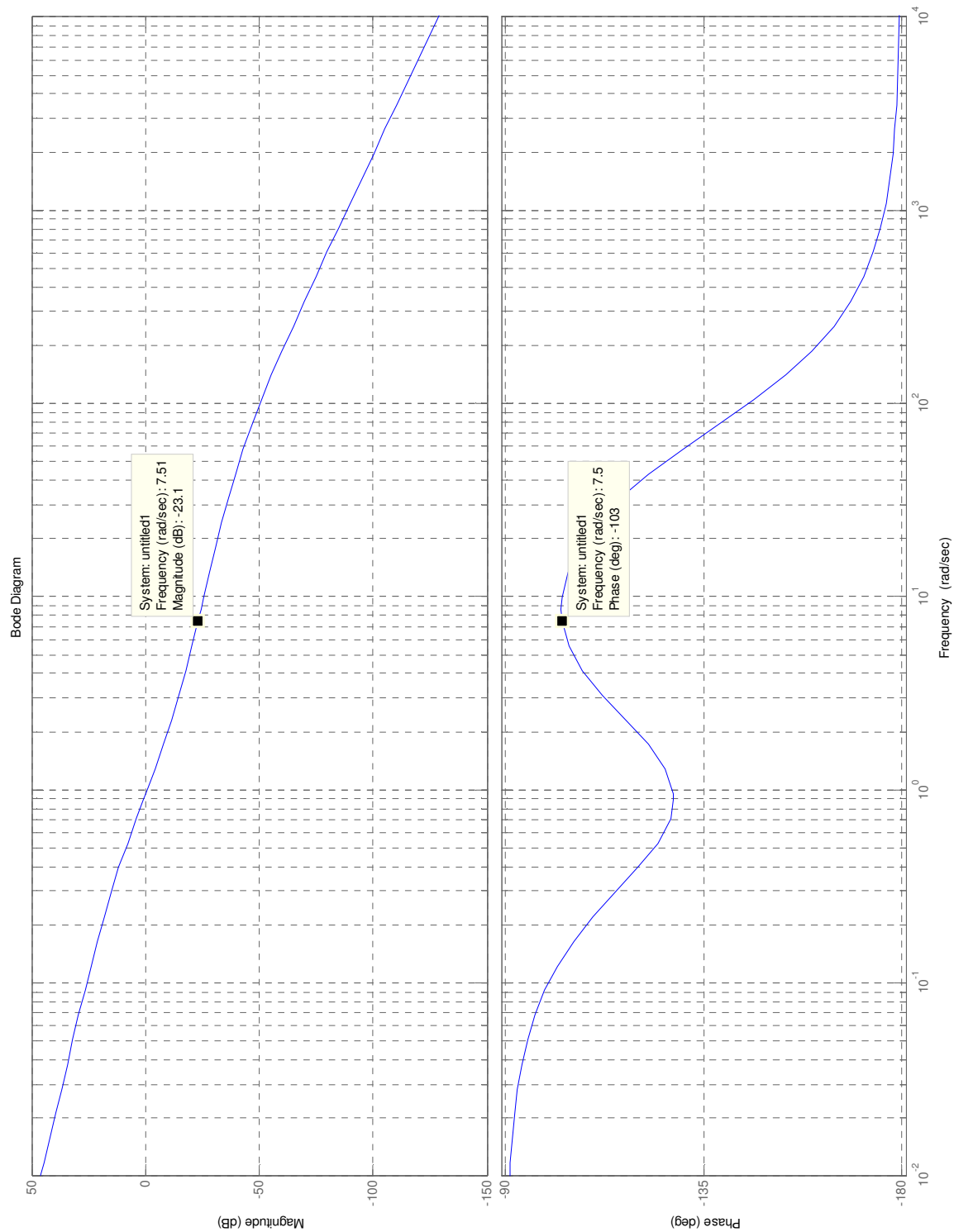
multipliziert werden.

Da sich durch das Lead-Glied das Bode-Diagramm des temporären Reglers geändert hat (auch im Amplitudenbereich), muss es unter Berücksichtigung des Lead-Gliedes neu gezeichnet werden (siehe unten).



Phasenhebung im Bereich zwischen ω_N und ω_Z lässt sich bei dem Phasenverlauf im Bode-Diagramm sehr schön erkennen.

Zu guter Letzt muss wieder die Verstärkung korrigiert werden. Diese muss – wie im Bode-Diagramm ersichtlich – $23,1$ dB, d.h. $10^{\frac{23,1}{20}} = 14,2889$ betragen.



Die Sprungantwort des geschlossenen Systems mit dem Regler findet sich weiter oben.

3. Matlab-Code

```
%2.1
Gs = tf([10 5], [1 10 2])
G = feedback(Gs, 1)
step(G)
grid
pause
close all
figure
%Bode-Diagramme ohne Feedback!
%tr soll 0,5 sein. tr*wc = 1,5 => wc = 1,5 / 0,5 = 3
%ü soll 10 sein. phi+ü = 70 => phi = 70 - 10 = 60°
%Bleibende Regelabweichung soll 0 sein => I-Glied
Gr = tf(1, [1 0]) % 1 / s
bode(Gs * Gr)
grid
pause
close all
figure
%Phasenreserve bei wc = 3: 67°; benötigt: 60° => ok
%Verstärkung bei wc = 3 ist laut Grafik -9,65 => um 9,65db =
%10^(9,65/20)=3,0374 => P-Glied mit Verstärkung v = 3,0374
Gr = Gr * tf(3.0374) %3,0374 / s
Ggeregelt = Gr * Gs;
G = feedback(Ggeregelt, 1)
step(G)
grid
pause
close all
```

```

%2.2
Gs = tf([1 1], [3 4 2])
G = feedback(Gs, 1)
step(G)
grid
pause
close all
figure
%Bode-Diagramme ohne Feedback!
%tr soll 0,5 sein. tr*wc = 1,5 => wc = 1,5 / 0,5 = 3
%ü soll 10 sein. phi+ü = 70 => phi = 70 - 10 = 60°
%Bleibende Regelabweichung soll 0 sein => I-Glied
Gr = tf(1, [1 0]) % 1 / s
bode(Gs * Gr)
grid
pause
close all
figure
%Phasenreserve bei wc = 3: 7°; benötigt: 60° => 53° Lead-Glied!
mh = 10
wZ = 1 %Ist immer so
wN = wZ * mh
Glead = tf([1/wZ 1], [1/wN 1])
%Lead-Glied ändert auch Amplitude => neues Bode-Diagramm
Gr = Gr * Glead
bode(Gs * Gr)
grid
pause
close all
%Verstärkung bei wc = 3 ist laut Grafik -18,8 => um 18,8db =
%10^(18,8/20)=8,7096 => P-Glied mit Verstärkung v = 8,7096
Gr = Gr * tf(8.7096) %8,7096 / s inkl. Lead-Glied
Ggeregelt = Gr * Gs;
G = feedback(Ggeregelt, 1)
step(G)
grid
pause
close all

```

```

%2.3
Gs = tf([2 4], [1 5 2])
G = feedback(Gs, 1)
step(G)
grid
pause
close all
figure
%Bode-Diagramme ohne Feedback!
%tr soll 0,2 sein. tr*wc = 1,5 => wc = 1,5 / 0,2 = 7,5
%ü soll 10 sein. phi+ü = 70 => phi = 70 - 10 = 60°
%Bleibende Regelabweichung soll 0 sein => I-Glied
Gr = tf(1, [1 0]) % 1 / s
bode(Gs * Gr)
grid
pause
close all
figure
%Phasenreserve bei wc = 7,5: 20°; benötigt: 60° => 40° Lead-Glied!
mh = 5
%wmax = 2 laut Grafik; sollte 7,5 sein => 7,5 / 2 = 3,75 => um 3,75
faktor = 3.75 %Zum Verschieben der Grenzen
wZ = 1 * faktor %Ist immer so
wN = wZ * mh * faktor
Glead = tf([1/wZ 1], [1/wN 1])
%Lead-Glied ändert auch Amplitude => neues Bode-Diagramm
Gr = Gr * Glead
bode(Gs * Gr)
grid
pause
close all
%Verstärkung bei wc = 7,5 ist laut Grafik -23,1 => um 23,1db =
%10^(23,1/20)=14,2889 => P-Glied mit Verstärkung v = 14,2889
Gr = Gr * tf(14.2889) %14,2889 / s inkl. Lead-Glied
Ggeregelt = Gr * Gs;
G = feedback(Ggeregelt, 1)
step(G)
grid
pause
close all

```